

# PROGRAMMA DEL CORSO DI “Algebra e Geometria”

## ALGEBRA

Teoria ingenua degli insiemi: corrispondenze e funzioni. Relazioni su un insieme. Definizione delle principali strutture algebriche.

Spazi vettoriali: definizione di spazio vettoriale. Lineare dipendenza e indipendenza. Generatori. Spazi vettoriali finitamente generati: Lemma di Steinitz, basi e dimensione di uno spazio vettoriale. Sottospazi di uno spazio vettoriale. Intersezione, somma e somma diretta di sottospazi. Formula di Grassmann.

Matrici e sistemi lineari: spazio vettoriale delle matrici. Prodotto righe per colonne. Rango e determinante. Sistemi lineari e loro risolubilità: Teorema di Rouché-Capelli e di Cramer. Autovalori e autovettori di una matrice. Diagonalizzabilità e criteri di diagonalizzabilità. Forme bilineari e forme quadratiche: matrici reali e simmetriche. Basi ortogonali e ortonormali. Processo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Matrici ortogonalmente diagonalizzabili.

## GEOMETRIA

Spazi affini: definizione, traslazioni, sottospazi, parallelismo. Coordinatizzazione di uno spazio affine e geometria analitica nel piano e nello spazio tridimensionale.

Spazi euclidei: distanze, ortogonalità, circonferenze, sfere, superfici di rotazione e luoghi geometrici fondamentali.

Spazi proiettivi: ampliamento proiettivo di una geometria affine, sottospazi proiettivi, coordinate omogenee e rappresentazione in coordinate omogenee dei sottospazi. Complessificazione.

Curve e superfici algebriche reali: ordine di una curva, punti semplici e singolari. Coniche, classificazione proiettiva, polarità, classificazione affine, forme canoniche.

Quadriche: classificazione affine, coni e cilindri, studio di sezioni piane.