

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II prova intermedia - 28.11.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- gli autovalori della matrice A ;

Risposta $t_1 = 1, t_2 = 2$ _____ (pt.3)

- l'autospazio W relativo all'autovalore minore e una base di W ;

Risposta $W = \{(-2\alpha, \alpha, 2\alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}, B = ((-2, 1, 2))$ _____ (pt.3)

- Una base ortonormale di W^\perp .

Risposta $\left(\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0 \right), \left(\frac{4}{3\sqrt{5}}, \frac{-2}{3\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \right)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati i punti $P = (-1, 0, 2)$ e $Q = (1, 1, -1)$, e il piano $\pi : x + y + z - 7 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana della retta r passante per P e ortogonale a π ;

Risposta $x - y + 1 = 0 = z - y - 2$ _____ (pt.2)

- le coordinate del punto P' proiezione di P sul piano π e del punto P'' simmetrico di P rispetto a π ;

Risposta $P' = (1, 2, 4), P'' = (3, 4, 6)$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano σ passante per P e parallelo a π ;

Risposta $x + y + z - 1 = 0$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana del piano α individuato dalla retta r e dal punto Q .

Risposta $4x - 5y + z + 2 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $a : \begin{cases} x + kz = 0 \\ y = -1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y = k - 1 \\ z = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 2x - y + z - 3 = 0$.

- Si determinino i valori del parametro reale k per cui le due rette a ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq 2$ _____ (pt.3)

Posto $k = 2$, si determinino:

- il punto P di intersezione tra la retta a e il piano π ;

Risposta $P = (4/3, -1, -2/3)$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta r passante per P e parallela ad s ;

Risposta $x - y - 7/3 = 0 = z + 2/3$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della superficie Γ descritta dalla retta s nella rotazione di asse a .

Risposta $2x^2 - 2y^2 - z^2 - 4xz - 4y - 2 = 0$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II prova intermedia - 28.11.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 6 & -5 & 0 \\ 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}$. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- gli autovalori della matrice A ;

Risposta $t_1 = -2, t_2 = 1$ _____ (pt.3)

- l'autospazio W relativo all'autovalore maggiore e una base di W ;

Risposta $W = \{(\alpha, \alpha, \alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}, B = ((1, 1, 1))$ _____ (pt.3)

- Una base ortonormale di W^\perp .

Risposta $\left(\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right)\right)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati i punti $P = (-2, -1, 1)$ e $Q = (0, 0, -1/2)$, e il piano $\pi : x + y + 2z - 5 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana della retta r passante per P e ortogonale a π ;

Risposta $x - y + 1 = 0 = 2y - z + 3$ _____ (pt.2)

- le coordinate del punto P' proiezione di P sul piano π e del punto P'' simmetrico di P rispetto a π ;

Risposta $P' = (-1, 0, 3), P'' = (0, 1, 5)$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano σ passante per P e parallelo a π ;

Risposta $x + y + 2z + 1 = 0$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana del piano α individuato dalla retta r e dal punto Q .

Risposta $7x - 11y + 2z + 1 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $a : \begin{cases} x + 2(k-1)z = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y = k - 2 \\ z = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 2x - y + 2z - 2 = 0$.

- Si determinino i valori del parametro reale k per cui le due rette a ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq 3$ _____ (pt.3)

Posto $k = 0$, si determinino:

- il punto P di intersezione tra la retta a e il piano π ;

Risposta $P = (-1/3, -2, 1/3)$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta r passante per P e parallela ad s ;

Risposta $x - y - 5/3 = 0 = z - 1/3$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della superficie Γ descritta dalla retta s nella rotazione di asse a .

Risposta $2x^2 - 2y^2 - z^2 + 4xz + 16x - 8y + 10z + 24 = 0$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II prova intermedia - 28.11.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 2 \end{pmatrix}$. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- gli autovalori della matrice A ;

Risposta $t_1 = -1, t_2 = 2$ _____ (pt.3)

- l'autospazio W relativo all'autovalore minore e una base di W ;

Risposta $W = \{(-2\alpha, \alpha, 2\alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}, B = ((-2, 1, 2))$ _____ (pt.3)

- Una base ortonormale di W^\perp .

Risposta $\left(\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0 \right), \left(\frac{4}{3\sqrt{5}}, \frac{-2}{3\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \right)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati i punti $P = (1, -1, 4)$ e $Q = (-1, 0, 1)$, e il piano $\pi : x - y - z + 8 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana della retta r passante per P e ortogonale a π ;

Risposta $x + y = 0 = x + z - 5$ _____ (pt.2)

- le coordinate del punto P' proiezione di P sul piano π e del punto P'' simmetrico di P rispetto a π ;

Risposta $P' = (-1, 1, 6), P'' = (-3, 3, 8)$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano σ passante per P e parallelo a π ;

Risposta $x - y - z + 2 = 0$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana del piano α individuato dalla retta r e dal punto Q .

Risposta $4x + 5y - z + 5 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $a : \begin{cases} -x + kz = 2k \\ y = -2 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x + y = -k \\ z = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 2x + y - z + 6 = 0$.

- Si determinino i valori del parametro reale k per cui le due rette a ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq -2$ _____ (pt.3)

Posto $k = 1$, si determinino:

- il punto P di intersezione tra la retta a e il piano π ;

Risposta $P = (-2, -2, 0)$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta r passante per P e parallela ad s ;

Risposta $x + y + 4 = 0 = z$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della superficie Γ descritta dalla retta s nella rotazione di asse a .

Risposta $x^2 - y^2 + z^2 + 4xz - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II prova intermedia - 28.11.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- gli autovalori della matrice A ;

Risposta $t_1 = 1, t_2 = 3$ _____ (pt.3)

- l'autospazio W relativo all'autovalore maggiore e una base di W ;

Risposta $W = \{(-\alpha, \alpha, \alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}, B = ((-1, 1, 1))$ _____ (pt.3)

- Una base ortonormale di W^\perp .

Risposta $\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right), \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \right)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati i punti $P = (1, 0, 1)$ e $Q = (3, -1, -2)$, e il piano $\pi : x - y + z - 8 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana della retta r passante per P e ortogonale a π ;

Risposta $x + y - 1 = 0 = y + z - 1$ _____ (pt.2)

- le coordinate del punto P' proiezione di P sul piano π e del punto P'' simmetrico di P rispetto a π ;

Risposta $P' = (3, -2, 3), P'' = (5, -4, 5)$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano σ passante per P e parallelo a π ;

Risposta $x - y + z - 2 = 0$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana del piano α individuato dalla retta r e dal punto Q .

Risposta $4x + 5y + z - 5 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $a : \begin{cases} x + (k+2)z = -k \\ y = 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x + y = k + 3 \\ z = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 2x + y + z - 6 = 0$.

- Si determinino i valori del parametro reale k per cui le due rette a ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq -1$ _____ (pt.3)

Posto $k = -1$, si determinino:

- il punto P di intersezione tra la retta a e il piano π ;

Risposta $P = (4, 1, -3)$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta r passante per P e parallela ad s ;

Risposta $x + y - 5 = 0 = z + 3$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della superficie Γ descritta dalla retta s nella rotazione di asse a .

Risposta $x^2 - y^2 + z^2 - 4xz - 2x + 2y + 4z = 0$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II prova intermedia - 28.11.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- gli autovalori della matrice A ;

Risposta $t_1 = -1, t_2 = 1$ _____ (pt.3)

- l'autospazio W relativo all'autovalore minore e una base di W ;

Risposta $W = \{(-2\alpha, \alpha, 2\alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}, B = ((-2, 1, 2))$ _____ (pt.3)

- Una base ortonormale di W^\perp .

Risposta $\left(\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0 \right), \left(\frac{4}{3\sqrt{5}}, \frac{-2}{3\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \right)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati i punti $P = (1, -2, -2)$ e $Q = (-1, -1, 1)$, e il piano $\pi : x - y + z + 5 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana della retta r passante per P e ortogonale a π ;

Risposta $x + y + 1 = 0 = x - z - 3$ _____ (pt.2)

- le coordinate del punto P' proiezione di P sul piano π e del punto P'' simmetrico di P rispetto a π ;

Risposta $P' = (-1, 0, -4), P'' = (-3, 2, -6)$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano σ passante per P e parallelo a π ;

Risposta $x - y + z - 1 = 0$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana del piano α individuato dalla retta r e dal punto Q .

Risposta $4x + 5y + z + 8 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $a : \begin{cases} x + kz = 1 \\ y = -3 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y = k + 2 \\ z = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 2x - y + z - 7 = 0$.

- Si determinino i valori del parametro reale k per cui le due rette a ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq 2$ _____ (pt.3)

Posto $k = 1$, si determinino:

- il punto P di intersezione tra la retta a e il piano π ;

Risposta $P = (3, -3, -2)$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta r passante per P e parallela ad s ;

Risposta $x - y - 6 = 0 = z + 2$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della superficie Γ descritta dalla retta s nella rotazione di asse a .

Risposta $x^2 - y^2 + z^2 - 4xz - 6y + 2z - 9 = 0$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II prova intermedia - 28.11.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} -5 & -6 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 7 & 8 & 1 \end{pmatrix}$. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- gli autovalori della matrice A ;

Risposta $t_1 = -2, t_2 = 1$ _____ (pt.3)

- l'autospazio W relativo all'autovalore minore e una base di W ;

Risposta $W = \{(-2\alpha, \alpha, 2\alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}, B = ((-2, 1, 2))$ _____ (pt.3)

- Una base ortonormale di W^\perp .

Risposta $\left(\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0 \right), \left(\frac{4}{3\sqrt{5}}, \frac{-2}{3\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \right)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati i punti $P = (0, -2, 2)$ e $Q = (2, -1, -1)$, e il piano $\pi : x + y + z - 6 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana della retta r passante per P e ortogonale a π ;

Risposta $x - y - 2 = 0 = x - z + 2$ _____ (pt.2)

- le coordinate del punto P' proiezione di P sul piano π e del punto P'' simmetrico di P rispetto a π ;

Risposta $P' = (2, 0, 4), P'' = (4, 2, 6)$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano σ passante per P e parallelo a π ;

Risposta $x + y + z = 0$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana del piano α individuato dalla retta r e dal punto Q .

Risposta $4x - 5y + z - 12 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $a : \begin{cases} x + (k+1)z = 0 \\ y = -3 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x + y = -k - 2 \\ z = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 2x + y + z + 5 = 0$.

- Si determinino i valori del parametro reale k per cui le due rette a ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq 1$ _____ (pt.3)

Posto $k = 0$, si determinino:

- il punto P di intersezione tra la retta a e il piano π ;

Risposta $P = (-2, -3, 2)$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta r passante per P e parallela ad s ;

Risposta $x + y + 5 = 0 = z - 2$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della superficie Γ descritta dalla retta s nella rotazione di asse a .

Risposta $x^2 - y^2 + z^2 - 4xz - 2x - 6y + 2z - 8 = 0$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II prova intermedia - 28.11.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- gli autovalori della matrice A ;

Risposta $t_1 = -2, t_2 = 2$ _____ (pt.3)

- l'autospazio W relativo all'autovalore maggiore e una base di W ;

Risposta $W = \{(-\alpha, \alpha, \alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}, B = ((-1, 1, 1))$ _____ (pt.3)

- Una base ortonormale di W^\perp .

Risposta $\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right), \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right)\right)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati i punti $P = (-1, 2, 0)$ e $Q = (1, 0, -3)$, e il piano $\pi : 2x - y + 2z - 8 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana della retta r passante per P e ortogonale a π ;

Risposta $x - z + 1 = 0 = 2y + z - 4$ _____ (pt.2)

- le coordinate del punto P' proiezione di P sul piano π e del punto P'' simmetrico di P rispetto a π ;

Risposta $P' = (5/3, 2/3, 8/3), P'' = (13/3, -2/3, 16/3)$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano σ passante per P e parallelo a π ;

Risposta $2x - y + 2z + 4 = 0$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana del piano α individuato dalla retta r e dal punto Q .

Risposta $7x + 10y - 2z - 13 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $a : \begin{cases} x + kz = 3k - 1 \\ y = 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x + y = k - 2 \\ z = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 2x + y + z - 4 = 0$.

- Si determinino i valori del parametro reale k per cui le due rette a ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq -1$ _____ (pt.3)

Posto $k = 1$, si determinino:

- il punto P di intersezione tra la retta a e il piano π ;

Risposta $P = (1, 1, 1)$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta r passante per P e parallela ad s ;

Risposta $x + y - 2 = 0 = z - 1$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della superficie Γ descritta dalla retta s nella rotazione di asse a .

Risposta $x^2 - y^2 + z^2 - 4xz + 4x + 2y + 3 = 0$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II prova intermedia - 28.11.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- gli autovalori della matrice A ;

Risposta $t_1 = 2, t_2 = 3$ _____ (pt.3)

- l'autospazio W relativo all'autovalore minore e una base di W ;

Risposta $W = \{(-2\alpha, \alpha, 2\alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}, B = ((-2, 1, 2))$ _____ (pt.3)

- Una base ortonormale di W^\perp .

Risposta $\left(\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0 \right), \left(\frac{4}{3\sqrt{5}}, \frac{-2}{3\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \right)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati i punti $P = (-4, 2, -2)$ e $Q = (-2, 3, 1)$, e il piano $\pi : x + y - z - 6 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana della retta r passante per P e ortogonale a π ;

Risposta $x + z + 6 = 0 = y + z$ _____ (pt.2)

- le coordinate del punto P' proiezione di P sul piano π e del punto P'' simmetrico di P rispetto a π ;

Risposta $P' = (-2, 4, -4), P'' = (0, 6, -6)$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano σ passante per P e parallelo a π ;

Risposta $x + y - z = 0$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana del piano α individuato dalla retta r e dal punto Q .

Risposta $4x - 5y - z + 24 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $a : \begin{cases} x - kz = -3 \\ y = 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y = k - 6 \\ z = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 2x - y - z + 5 = 0$.

- Si determinino i valori del parametro reale k per cui le due rette a ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq 2$ _____ (pt.3)

Posto $k = 1$, si determinino:

- il punto P di intersezione tra la retta a e il piano π ;

Risposta $P = (-1, 1, 2)$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta r passante per P e parallela ad s ;

Risposta $x - y + 2 = 0 = z - 2$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della superficie Γ descritta dalla retta s nella rotazione di asse a .

Risposta $x^2 - y^2 + z^2 + 4xz + 8x + 2y + 14z + 15 = 0$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II prova intermedia - 28.11.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} -7 & 4 & 0 \\ -8 & 5 & 0 \\ -9 & 5 & 1 \end{pmatrix}$. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- gli autovalori della matrice A ;

Risposta $t_1 = -3, t_2 = 1$ _____ (pt.3)

- l'autospazio W relativo all'autovalore minore e una base di W ;

Risposta $W = \{(\alpha, \alpha, \alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}, B = ((1, 1, 1))$ _____ (pt.3)

- Una base ortonormale di W^\perp .

Risposta $\left(\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right)\right)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati i punti $P = (-1, -2, 0)$ e $Q = (1, -1, -3)$, e il piano $\pi : x + y + z - 3 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana della retta r passante per P e ortogonale a π ;

Risposta $x - z + 1 = 0 = y - z + 2$ _____ (pt.2)

- le coordinate del punto P' proiezione di P sul piano π e del punto P'' simmetrico di P rispetto a π ;

Risposta $P' = (1, 0, 2), P'' = (3, 2, 4)$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano σ passante per P e parallelo a π ;

Risposta $x + y + z + 3 = 0$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana del piano α individuato dalla retta r e dal punto Q .

Risposta $4x - 5y + z - 6 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $a : \begin{cases} x + kz = -2k \\ y = -2 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y = k \\ z = 0 \end{cases}$ e il piano $\pi : 2x - y + z - 2 = 0$.

- Si determinino i valori del parametro reale k per cui le due rette a ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq 2/3$ _____ (pt.3)

Posto $k = 1$, si determinino:

- il punto P di intersezione tra la retta a e il piano π ;

Risposta $P = (2, -2, -4)$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta r passante per P e parallela ad s ;

Risposta $x - y - 4 = 0 = z + 4$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della superficie Γ descritta dalla retta s nella rotazione di asse a .

Risposta $x^2 - y^2 + z^2 - 4xz + 2x - 4y - 6z - 3 = 0$ _____ (pt.4)