

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° appello - 14.12.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $r : \begin{cases} x - y = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} y = 2 \\ x + ky = -1 \end{cases}$

- si determinino, se esistono, i valori di k per cui le rette r ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq -2$ _____ (pt.3)

Posto $k = 1$ si determinino:

- le equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono r ed s ;

Risposta $x - y - 1 = 0$; $x - y + 5 = 0$ _____ (pt.3)

- la distanza tra le rette r ed s ;

Risposta $3\sqrt{2}$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della retta di minima distanza.

Risposta $x + y + 1 = 0 = z - 2$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $X = (x \ y \ z \ t)^t$, in $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- l'insieme S delle soluzioni del sistema lineare $AX = 0$;

Risposta $S = \{(-\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ _____ (pt.3)

- una base di S ;

Risposta $(-1, 1, -1, 1)$ _____ (pt.2)

- una base \mathcal{B} del complemento ortogonale di S ;

Risposta $((1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1))$ _____ (pt.2)

- la base \mathcal{B}' ottenuta applicando il processo di ortogonalizzazione ai vettori di \mathcal{B} .

Risposta $((1, 1, 0, 0), (-1/2, 1/2, 1, 0), (1/3, -1/3, 1/3, 1))$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si consideri la retta r di equazioni $y + z = 0 = 2x - z + 1$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del fascio proprio di piani di sostegno la retta r ;

Risposta $2kx + y + z(1 - k) + k = 0, k \in \mathbb{R}$ _____ (pt.2)

- le equazioni cartesiane dei piani passanti per r che distano $1/3$ dal punto $P = (1, -2, 2)$;

Risposta $2x - y - 2z + 1 = 0$; $2x + 2y + z + 1 = 0$ _____ (pt.2)

- indicato con π il piano di equazione $y + z = 0$, un'equazione cartesiana del piano σ passante per r e ortogonale a π ;

Risposta $4x + y - z + 2 = 0$ _____ (pt.2)

- il centro e il raggio della circonferenza determinata dal piano π e dalla sfera di centro $C' = (2, 1, 2)$ e raggio 3.

Risposta $C = (2, -1/2, 1/2)$; $r = 3/\sqrt{2}$ _____ (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° appello - 14.12.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $r : \begin{cases} x - y = 3 \\ x + z = 3 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} y = -1 \\ x + (k - 2)y = -3k + 4 \end{cases}$

- si determinino, se esistono, i valori di k per cui le rette r ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq 0$ _____ (pt.3)

Posto $k = 3$ si determinino:

- le equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono r ed s ;

Risposta $x - y + 3 = 0$; $x - y - 3 = 0$ _____ (pt.3)

- la distanza tra le rette r ed s ;

Risposta $3\sqrt{2}$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della retta di minima distanza.

Risposta $x + y + 5 = 0 = z - 4$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $X = (x \ y \ z \ t)^t$, in $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- l'insieme S delle soluzioni del sistema lineare $AX = 0$;

Risposta $S = \{(\alpha, -\alpha, 0, -2\alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ _____ (pt.3)

- una base di S ;

Risposta $(1, -1, 0, -2)$ _____ (pt.2)

- una base \mathcal{B} del complemento ortogonale di S ;

Risposta $((1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (2, 0, 0, 1))$ _____ (pt.2)

- la base \mathcal{B}' ottenuta applicando il processo di ortogonalizzazione ai vettori di \mathcal{B} .

Risposta $((1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, -1, 0, 1))$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si consideri la retta r di equazioni $y + z - 1 = 0 = 2x - z + 5$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del fascio proprio di piani di sostegno la retta r ;

Risposta $2kx + y + z(1 - k) - 1 + 5k = 0, k \in \mathbb{R}$ _____ (pt.2)

- le equazioni cartesiane dei piani passanti per r che distano $1/3$ dal punto $P = (0, -3, 4)$;

Risposta $2x - y - 2z + 6 = 0$; $2x + 2y + z + 3 = 0$ _____ (pt.2)

- indicato con π il piano di equazione $y + z - 1 = 0$, un'equazione cartesiana del piano σ passante per r e ortogonale a π ;

Risposta $4x + y - z + 9 = 0$ _____ (pt.2)

- il centro e il raggio della circonferenza determinata dal piano π e dalla sfera di centro $C' = (1, 0, 4)$ e raggio 3.

Risposta $C = (1, -3/2, 5/2)$; $r = 3/\sqrt{2}$ _____ (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° appello - 14.12.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $r : \begin{cases} x + y = -2 \\ x - z = -4 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} y = 1 \\ x - ky = k + 1 \end{cases}$

- si determinino, se esistono, i valori di k per cui le rette r ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq -2$ _____ (pt.3)

Posto $k = 1$ si determinino:

- le equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono r ed s ;

Risposta $x + y + 2 = 0$; $x + y - 4 = 0$ _____ (pt.3)

- la distanza tra le rette r ed s ;

Risposta $3\sqrt{2}$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della retta di minima distanza.

Risposta $x - y - 2 = 0 = z - 4$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $X = (x \ y \ z \ t)^t$, in $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- l'insieme S delle soluzioni del sistema lineare $AX = 0$;

Risposta $S = \{(\alpha, \alpha, -\alpha, -2\alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ _____ (pt.3)

- una base di S ;

Risposta $(1, 1, -1, -2)$ _____ (pt.2)

- una base \mathcal{B} del complemento ortogonale di S ;

Risposta $((1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 0, -2, 1))$ _____ (pt.2)

- la base \mathcal{B}' ottenuta applicando il processo di ortogonalizzazione ai vettori di \mathcal{B} .

Risposta $((1, 0, 1, 0), (-1/2, 1, 1/2, 0), (2/3, 2/3, -2/3, 1))$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si consideri la retta r di equazioni $y + z - 1 = 0 = 2x + z - 3$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del fascio proprio di piani di sostegno la retta r ;

Risposta $2kx + y + z(1 + k) - 1 - 3k = 0, k \in \mathbb{R}$ _____ (pt.2)

- le equazioni cartesiane dei piani passanti per r che distano $1/3$ dal punto $P = (-1, -3, 4)$;

Risposta $2x + y + 2z - 4 = 0$; $2x - 2y - z - 1 = 0$ _____ (pt.2)

- indicato con π il piano di equazione $y + z - 1 = 0$, un'equazione cartesiana del piano σ passante per r e ortogonale a π ;

Risposta $4x - y + z - 5 = 0$ _____ (pt.2)

- il centro e il raggio della circonferenza determinata dal piano π e dalla sfera di centro $C' = (-2, 0, 4)$ e raggio 3.

Risposta $C = (-2, -3/2, 5/2)$; $r = 3/\sqrt{2}$ _____ (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° appello - 14.12.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $r : \begin{cases} x + y = 3 \\ x + z = 3 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} y = -2 \\ x - (k + 2)y = 1 \end{cases}$

- si determinino, se esistono, i valori di k per cui le rette r ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq -4$ _____ (pt.3)

Posto $k = -1$ si determinino:

- le equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono r ed s ;

Risposta $x + y + 3 = 0$; $x + y - 3 = 0$ _____ (pt.3)

- la distanza tra le rette r ed s ;

Risposta $3\sqrt{2}$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della retta di minima distanza.

Risposta $x - y - 1 = 0 = z - 1$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ e $X = (x \ y \ z \ t)^t$, in $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- l'insieme S delle soluzioni del sistema lineare $AX = 0$;

Risposta $S = \{(-\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ _____ (pt.3)

- una base di S ;

Risposta $(-1, 1, -1, 1)$ _____ (pt.2)

- una base \mathcal{B} del complemento ortogonale di S ;

Risposta $((1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1))$ _____ (pt.2)

- la base \mathcal{B}' ottenuta applicando il processo di ortogonalizzazione ai vettori di \mathcal{B} .

Risposta $((1, 1, 0, 0), (-1/2, 1/2, 1, 0), (1/3, -1/3, 1/3, 1))$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si consideri la retta r di equazioni $y - z - 1 = 0 = 2x - z - 4$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del fascio proprio di piani di sostegno la retta r ;

Risposta $2kx + y - z(k + 1) - 1 - 4k = 0, k \in \mathbb{R}$ _____ (pt.2)

- le equazioni cartesiane dei piani passanti per r che distano $1/3$ dal punto $P = (3, 2, 1)$;

Risposta $2x + y - 2z - 5 = 0$; $2x - 2y + z - 2 = 0$ _____ (pt.2)

- indicato con π il piano di equazione $y - z - 1 = 0$, un'equazione cartesiana del piano σ passante per r e ortogonale a π ;

Risposta $4x - y - z - 7 = 0$ _____ (pt.2)

- il centro e il raggio della circonferenza determinata dal piano π e dalla sfera di centro $C' = (4, -1, 1)$ e raggio 3.

Risposta $C = (4, 1/2, -1/2)$; $r = 3/\sqrt{2}$ _____ (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° appello - 14.12.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $r : \begin{cases} x + y = -3 \\ x + z = -2 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} y = 0 \\ x - (k - 1)y = 2k - 1 \end{cases}$

- si determinino, se esistono, i valori di k per cui le rette r ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq -1$ _____ (pt.3)

Posto $k = 2$ si determinino:

- le equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono r ed s ;

Risposta $x + y - 3 = 0; x + y + 3 = 0$ _____ (pt.3)

- la distanza tra le rette r ed s ;

Risposta $3\sqrt{2}$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della retta di minima distanza.

Risposta $x - y - 3 = 0 = z + 2$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $X = (x \ y \ z \ t)^t$, in $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- l'insieme S delle soluzioni del sistema lineare $AX = 0$;

Risposta $S = \{(2\alpha, \alpha, 2\alpha, -\alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ _____ (pt.3)

- una base di S ;

Risposta $(2, 1, 2, -1)$ _____ (pt.2)

- una base \mathcal{B} del complemento ortogonale di S ;

Risposta $((1, 0, 0, 2), (0, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 2))$ _____ (pt.2)

- la base \mathcal{B}' ottenuta applicando il processo di ortogonalizzazione ai vettori di \mathcal{B} .

Risposta $((1, 0, 0, 2), (-2/5, 1, 0, 1/5), (-2/3, -1/3, 1, 1/3))$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si consideri la retta r di equazioni $y - z + 2 = 0 = 2x - z - 1$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del fascio proprio di piani di sostegno la retta r ;

Risposta $2kx + y - z(1 + k) + 2 - k = 0, k \in \mathbb{R}$ _____ (pt.2)

- le equazioni cartesiane dei piani passanti per r che distano $1/3$ dal punto $P = (-1, -4, -2)$;

Risposta $2x + y - 2z + 1 = 0; 2x - 2y + z - 5 = 0$ _____ (pt.2)

- indicato con π il piano di equazione $y - z + 2 = 0$, un'equazione cartesiana del piano σ passante per r e ortogonale a π ;

Risposta $4x - y - z - 4 = 0$ _____ (pt.2)

- il centro e il raggio della circonferenza determinata dal piano π e dalla sfera di centro $C' = (-2, -1, -2)$ e raggio 3.

Risposta $C = (-2, -5/2, -1/2); r = 3/\sqrt{2}$ _____ (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° appello - 14.12.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino le rette $r : \begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = -1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} y = -2 \\ x - ky = -2 \end{cases}$

- si determinino, se esistono, i valori di k per cui le rette r ed s sono sghembe.

Risposta $k \neq -2$ _____ (pt.3)

Posto $k = 1$ si determinino:

- le equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono r ed s ;

Risposta $x + y + 6 = 0$; $x + y = 0$ _____ (pt.3)

- la distanza tra le rette r ed s ;

Risposta $3\sqrt{2}$ _____ (pt.2)

- un'equazione cartesiana della retta di minima distanza.

Risposta $x - y + 2 = 0 = z$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $X = (x \ y \ z \ t)^t$, in $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si determinino:

- l'insieme S delle soluzioni del sistema lineare $AX = 0$;

Risposta $S = \{(-\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ _____ (pt.3)

- una base di S ;

Risposta $(-1, 1, -1, 1)$ _____ (pt.2)

- una base \mathcal{B} del complemento ortogonale di S ;

Risposta $((1, 1, 0, 0), (-1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1))$ _____ (pt.2)

- la base \mathcal{B}' ottenuta applicando il processo di ortogonalizzazione ai vettori di \mathcal{B} .

Risposta $((1, 1, 0, 0), (-1/2, 1/2, 1, 0), (1/3, -1/3, 1/3, 1))$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$ si consideri la retta r di equazioni $y - z - 1 = 0 = 2x - z + 2$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del fascio proprio di piani di sostegno la retta r ;

Risposta $2kx + y - z(1 + k) + 2k - 1 = 0, k \in \mathbb{R}$ _____ (pt.2)

- le equazioni cartesiane dei piani passanti per r che distano $1/3$ dal punto $P = (0, 2, 1)$;

Risposta $2x + y - 2z + 1 = 0$; $2x - 2y + z + 4 = 0$ _____ (pt.2)

- indicato con π il piano di equazione $y - z - 1 = 0$, un'equazione cartesiana del piano σ passante per r e ortogonale a π ;

Risposta $4x - y - z + 5 = 0$ _____ (pt.2)

- il centro e il raggio della circonferenza determinata dal piano π e dalla sfera di centro $C' = (1, -1, 1)$ e raggio 3.

Risposta $C = (1, 1/2, -1/2)$; $r = 3/\sqrt{2}$ _____ (pt.3)