

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 4° appello 10.07.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

●**Esercizio 1.** Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$. Si determinino:

(a) gli autovalori di A con le relative molteplicità algebriche;

risposta $t_1 = 7$ con $m.a. = 3$, $t_2 = 0$ con $m.a. = 1$ _____ (punti 2)

(b) l'autospazio S relativo all'autovalore positivo e la relativa dimensione;

risposta $S = \{(a, b, 3a, c) \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ $\dim S = 3$ _____ (punti 3)

(c) una base ortonormale di S

risposta $B = ((0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1), (1/\sqrt{10}, 0, 3/\sqrt{10}, 0))$ _____ (punti 3)

●**Esercizio 2.** In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si consideri il sottospazio vettoriale

$V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z + t = 0, x + y = 0, x + z = 0\}$. Si determinino:

(a) una base e la dimensione di V ;

risposta $B = ((1, -1, -1, 1))$ $\dim V = 1$ _____ (punti 2)

(b) una base e la dimensione del complemento ortogonale di V .

risposta $B = ((1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 1, 1, 1))$ $\dim V^\perp = 3$ _____ (punti 3)

(c) una base e la dimensione di un complemento diretto di V diverso dal complemento ortogonale.

risposta $B = ((1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0))$ $\dim = 3$ _____ (punti 2)

●**Esercizio 3.** In $E_3(\mathbb{R})$ sono date le rette $r: y + 2z - 2 = 2x - 3z - 1 = 0$, $s: y - 1 = 5x + z - 6 = 0$.

Si determinino:

(a) la loro mutua posizione;

risposta sghembe _____ (punti 2)

(b) una rappresentazione analitica del piano passante per $P = (1, 0, 0)$ e contenente r ;

risposta $4x + y - 4z - 4 = 0$ _____ (punti 2)

(c) una rappresentazione analitica della retta passante per P e ortogonale a r ed s .

risposta $\begin{cases} x = 1 + 20t \\ y = 17t \\ z = 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ _____ (punti 3)

●**Esercizio 4.** In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino i punti $A = (1, 1, 2)$, $B = (0, 4, 4)$ e $O = (0, 0, 0)$. Si determinino:

(a) una rappresentazione cartesiana della sfera \mathcal{S} passante per A , B , O e avente centro C sul piano $\alpha: z = 1$;

risposta $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 2z = 0$ _____ (punti 2)

(b) una rappresentazione cartesiana della circonferenza \mathcal{C} passante per A , B e O ;

risposta $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 2z = x + y - z = 0$ _____ (punti 3)

(c) una rappresentazione cartesiana della retta tangente alla circonferenza \mathcal{C} in O .

risposta $x + y - z = 2x - 3y - z = 0$ _____ (punti 3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 4° appello 10.07.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

●Esercizio 1. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Si determinino:

(a) gli autovalori di A con le relative molteplicità algebriche;

risposta $t_1 = 3$ con $m.a. = 3$ e $t_2 = 0$ con $m.a. = 1$ _____ (punti 2)

(b) l'autospazio S relativo all'autovalore positivo e la relativa dimensione;

risposta $S = \{(a, b, c, -b) \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ $\dim S = 3$ _____ (punti 3)

(c) una base ortonormale di S .

risposta $B = ((1, 0, 0, 0), (0, 1/\sqrt{2}, 0, -1/\sqrt{2}), (0, 0, 1, 0))$ _____ (punti 3)

●Esercizio 2. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si consideri il sottospazio vettoriale

$V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid -x + y - z + t = 0, x + z = 0, -z + t = 0\}$. Si determinino:

(a) una base e la dimensione di V ;

risposta $B = ((1, 1, -1, -1))$ $\dim V = 1$ _____ (punti 2)

(b) una base e la dimensione del complemento ortogonale di V ;

risposta $B = ((0, 0, -1, 1), (1, 0, 1, 0), (-1, 1, -1, 1))$ $\dim V^\perp = 3$ _____ (punti 3)

(c) una base e la dimensione di un complemento diretto di V diverso dal complemento ortogonale.

risposta $B = ((1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0))$ $\dim = 3$ _____ (punti 2)

●Esercizio 3. In $E_3(\mathbb{R})$ sono date le rette $r : 2x - y + 3 = 2x + z = 0$, $s : x - z = x + 3y + 4 = 0$.

Si determinino:

(a) la loro mutua posizione;

risposta sghembe _____ (punti 2)

(b) una rappresentazione analitica del piano passante per $P = (0, 0, 1)$ e contenente r ;

risposta $4x + y + 3z - 3 = 0$ _____ (punti 2)

(c) una rappresentazione analitica della retta passante per P e ortogonale a r ed s .

risposta $\begin{cases} x = 4t \\ y = -9t \\ z = 1 - 7t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ _____ (punti 3)

●Esercizio 4. In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino i punti $A = (-1, -1, 0)$, $B = (-2, 1, 1)$ e $O = (0, 0, 0)$. Si determinino:

(a) una rappresentazione cartesiana della sfera \mathcal{S} passante per A , B , O e avente centro C sul piano $\alpha : y = 2$;

risposta $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4y + 10z = 0$ _____ (punti 2)

(b) una rappresentazione cartesiana della circonferenza \mathcal{C} passante per A , B e O ;

risposta $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4y + 10z = x - y + 3z = 0$ _____ (punti 3)

(c) una rappresentazione cartesiana della retta tangente alla circonferenza \mathcal{C} in O .

risposta $3x - 2y + 5z = x - y + 3z = 0$ _____ (punti 3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 4° appello 10.07.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

●**Esercizio 1.** Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. Si determinino:

(a) gli autovalori di A con le relative molteplicità algebriche;

risposta $t_1 = 5$ con $m.a. = 3$ e $t_2 = 0$ con $m.a. = 1$ _____ (punti 2)

(b) l'autospazio S relativo all'autovalore positivo e la relativa dimensione;

risposta $S = \{(a, b, c, 2a) \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ $\dim S = 3$ _____ (punti 3)

(c) una base ortonormale di S .

risposta $B = ((1/\sqrt{5}, 0, 0, 2/\sqrt{5}), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0))$ _____ (punti 3)

●**Esercizio 2.** In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con il prodotto scalare euclideo si consideri il sottospazio vettoriale

$V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z - t = 0, x + y = 0, -y + t = 0\}$. Si determinino:

(a) una base e la dimensione di V ;

risposta $B = ((1, -1, 1, -1))$ $\dim V = 1$ _____ (punti 2)

(b) una base e la dimensione del complemento ortogonale di V ;

risposta $B = ((1, 1, 0, 0), (0, -1, 0, 1), (1, 1, -1, -1))$ $\dim V^\perp = 3$ _____ (punti 3)

(c) una base e la dimensione di un complemento diretto di V diverso dal complemento ortogonale.

risposta $B = ((1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0))$ $\dim = 3$ _____ (punti 2)

●**Esercizio 3.** In $E_3(\mathbb{R})$ sono date le rette $r: x - y - 2 = x + 2z + 1 = 0$, $s: 3x - y - 1 = y + z + 2 = 0$.

Si determinino:

(a) la loro mutua posizione;

risposta sghembe _____ (punti 2)

(b) una rappresentazione analitica del piano passante per $P = (0, 1, 0)$ e contenente r ;

risposta $4x - y + 6z + 1 = 0$ _____ (punti 2)

(c) una rappresentazione analitica della retta passante per P e ortogonale a r ed s .

risposta $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - 5t \\ z = -4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ _____ (punti 3)

●**Esercizio 4.** In $E_3(\mathbb{R})$ si considerino i punti $A = (2, 0, 2)$, $B = (2, -1, -1)$ e $O = (0, 0, 0)$. Si determinino:

(a) una rappresentazione cartesiana della sfera \mathcal{S} passante per A , B , O e avente centro C sul piano $\alpha: z = 1$;

risposta $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z = 0$ _____ (punti 2)

(c) una rappresentazione cartesiana della circonferenza \mathcal{C} passante per A , B e O ;

risposta $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z = x + 3y - z = 0$ _____ (punti 3)

(d) una rappresentazione cartesiana della retta tangente alla circonferenza \mathcal{C} in O .

risposta $x - 2y + z = x + 3y - z = 0$ _____ (punti 3)