UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o appello - 27/01/2020

1

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k-2 & k \\ k+1 & 1 & 1 & 0 \\ 2k & 0 & 1 & k \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k+1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$ e il sistema $A_k X = B_k$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $\forall k \in \mathbb{R}$; per $k \neq 2$, ∞^1 soluzioni; per $k = 2$, ∞^2 soluzioni **(pt.3A)**
- Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $(1, -2, 1, 5)$ è soluzione del sistema.
  Risposta $k = 0$ **(pt.1A)**
- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le colonne della matrice A_k sono linearmente indipendenti.
  Risposta Non esiste k **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Sia $U = \left\{ \begin{pmatrix} x+z & y \\ x+y+z & y \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \ : \ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$. Si determini:

- una base e la dimensione di U;
  Risposta dim$U$=2, $\mathcal{B}_U = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.2A)**
- un sottospazio di U che abbia dimensione 1;
  Risposta $\mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ k-7 & -2 \end{pmatrix}$ appartiene a U.
  Risposta $k = 8$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Si trovi una matrice A, non diagonale e appartenente a $M_3(\mathbb{R})$, che abbia $\lambda^3 - \lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$ come equazione caratteristica.

Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} -k & 4 & 0 \\ 1 & -k & 0 \\ 2k & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(2, 1, -7)$ è un autovettore di A_k e si determini il relativo autovalore.

Risposta $k = -2, \lambda = 4$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si determini il luogo dei punti simmetrici del punto $P = (3, 2)$ rispetto al fascio di rette $\mathcal{F} \ : \ x + ky = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

Risposta $x^2 + y^2 = 13$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sono dati i punti $A = (-1, 1)$, $B = (-1, -1)$ e $D = (2, 0)$.

- Si determini, se esiste, l'equazione di una conica $\mathcal{C}$ passante per A e B e che abbia D come punto doppio.
  Risposta $(x + 3y - 2)(x - 3y - 2) = 0$ **(pt.2G)**
- Si indichino le coordinate dei punti impropri della conica $\mathcal{C}$.
  Risposta $[(3, -1, 0)], [(3, 1, 0)]$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 7. Si considerino in $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ le rette $r \ : \ x + y - z = 0 = 2x - y - 1$ ed $s \ : \ 3x - z - 1 = 0 = -x + 2y - z = 0$.

- Si stabilisca la posizione reciproca di r ed s;
  Risposta Parallele **(pt.1G)**
- Si determinino le coordinate del punto P, se esiste, di intersezione tra r ed s;
  Risposta $P = [(1, 2, 3, 0)]$ **(pt.1G)**
- Si scriva un'equazione cartesiana del piano α, se esiste, che contenga sia r sia s;
  Risposta $3x - z - 1 = 0$ **(pt.2G)**
- Detto $\mathcal{Q}$, il luogo generato dalla rotazione della retta r attorno all'asse s, si riconosca $\mathcal{Q}$, specificando la natura dei suoi punti semplici.
  Risposta Cilindro ellittico, punti semplici parabolici **(pt.2G)**
- Si esprima un'equazione cartesiana di un piano β tale che $\mathcal{Q} \cap \beta$ sia irriducibile e si riconosca tale sezione piana.
  Risposta $x = 0$, ellisse **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

2

Algebra e Geometria - 2^o appello - 27/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k-3 & k-1 \\ k & 1 & 1 & 0 \\ 2k-2 & 0 & 1 & k-1 \end{pmatrix}$, $\quad B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k-1 \\ k \end{pmatrix}$, $\quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$ e il sistema $A_k X = B_k$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $\forall k \in \mathbb{R}$; per $k \neq 3$, ∞^1 soluzioni; per $k = 3$, ∞^2 soluzioni **(pt.3A)**
- Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $(1, -2, 1, 5)$ è soluzione del sistema.
  Risposta $k = 1$ **(pt.1A)**
- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le colonne della matrice A_k sono linearmente indipendenti.
  Risposta Non esiste k **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Sia $U = \left\{ \begin{pmatrix} y+z & x \\ x & -y-z \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \ : \ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$. Si determini:

- una base e la dimensione di U;
  Risposta dim$U$=2, $\mathcal{B}_U = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.2A)**
- un sottospazio di U che abbia dimensione 1;
  Risposta $\mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ k+7 & -2 \end{pmatrix}$ appartiene a U.
  Risposta $k = -9$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Si trovi una matrice A, non diagonale e appartenente a $M_3(\mathbb{R})$, che abbia $\lambda^3 - \lambda^2 - 2\lambda + 2 = 0$ come equazione caratteristica.

Risposta $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 1 & -\sqrt{2} & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 2k & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(1, 1, 7)$ è un autovettore di A_k e si determini il relativo autovalore.

Risposta $k = 3, \lambda = 4$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si determini il luogo dei punti simmetrici del punto $P = (2, 4)$ rispetto al fascio di rette $\mathcal{F} \ : \ x + ky = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

Risposta $x^2 + y^2 = 20$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sono dati i punti $A = (-1, -1)$, $B = (-1, 1)$ e $D = (1, 0)$.

- Si determini, se esiste, l'equazione di una conica $\mathcal{C}$ passante per A e B e che abbia D come punto doppio.
  Risposta $(2y - x + 1)(2y + x - 1) = 0$ **(pt.2G)**
- Si indichino le coordinate dei punti impropri della conica $\mathcal{C}$.
  Risposta $[(2, 1, 0)], [(-2, 1, 0)]$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 7. Si considerino in $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ le rette $r \ : \ x + 2z - 1 = 0 = x - y + 2z - 1$ ed $s \ : \ x + y + 2z - 1 = 0 = x + z = 0$.

- Si stabilisca la posizione reciproca di r ed s;
  Risposta Incidenti **(pt.1G)**
- Si determinino le coordinate del punto P, se esiste, di intersezione tra r ed s;
  Risposta [(-1,0,1,1)] **(pt.1G)**
- Si scriva un'equazione cartesiana del piano α, se esiste, che contenga sia r sia s;
  Risposta $x + y + 2z - 1 = 0$ **(pt.2G)**
- Detto $\mathcal{Q}$, il luogo generato dalla rotazione della retta r attorno all'asse s, si riconosca $\mathcal{Q}$, specificando la natura dei suoi punti semplici.
  Risposta Cono, punti semplici parabolici **(pt.2G)**
- Si esprima un'equazione cartesiana di un piano β tale che $\mathcal{Q} \cap \beta$ sia irriducibile e si riconosca tale sezione piana.
  Risposta $x = 0$, iperbole **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

3

Algebra e Geometria - 2^o appello - 27/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k & k+2 \\ k+3 & 1 & 1 & 0 \\ 2k+4 & 0 & 1 & k+2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k+2 \\ k+3 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$ e il sistema $A_k X = B_k$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $\forall k \in \mathbb{R}$; per $k \neq 0$, ∞^1 soluzioni; per $k = 0$, ∞^2 soluzioni ______ **(pt.3A)**
- Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $(1, -2, 1, 5)$ è soluzione del sistema.
  Risposta $k = -2$ ______ **(pt.1A)**
- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le colonne della matrice A_k sono linearmente indipendenti.
  Risposta Non esiste k ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Sia $U = \left\{ \begin{pmatrix} x+z & -y \\ 2x-y+2z & -y \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \ : \ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$. Si determini:

- una base e la dimensione di U;
  Risposta dim$U$=2, $\mathcal{B}_U = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \right)$ ______ **(pt.2A)**
- un sottospazio di U che abbia dimensione 1;
  Risposta $\mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right)$ ______ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ k+7 & 2 \end{pmatrix}$ appartiene a U.
  Risposta $k = 1$ ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Si trovi una matrice A, non diagonale e appartenente a $M_3(\mathbb{R})$, che abbia $\lambda^3 - 2\lambda^2 - 3\lambda + 6 = 0$ come equazione caratteristica.
Risposta $\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 1 & -\sqrt{3} & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} -k & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -2k & 4 & -1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(1, 1, 2)$ è un autovettore di A_k e si determini il relativo autovalore.
Risposta $k = -3, \lambda = 4$ ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si determini il luogo dei punti simmetrici del punto $P = (1, 3)$ rispetto al fascio di rette $\mathcal{F} \ : \ x + ky = 0$, $k \in \mathbb{R}$.
Risposta $x^2 + y^2 = 10$ ______ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sono dati i punti $A = (-1, -1)$, $B = (1, -1)$ e $D = (0, 1)$.

- Si determini, se esiste, l'equazione di una conica $\mathcal{C}$ passante per A e B e che abbia D come punto doppio.
  Risposta $(y - 2x - 1)(2x + y - 1) = 0$ ______ **(pt.2G)**
- Si indichino le coordinate dei punti impropri della conica $\mathcal{C}$.
  Risposta $[(1, 2, 0)], [(1, -2, 0)]$ ______ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 7. Si considerino in $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ le rette $r \ : \ x + y - z = 0 = x - z$ ed $s \ : \ y - x + z + 2 = 0 = z - x - y = 0$.

- Si stabilisca la posizione reciproca di r ed s;
  Risposta Parallele e distinte ______ **(pt.1G)**
- Si determinino le coordinate del punto P, se esiste, di intersezione tra r ed s;
  Risposta $[(1, 0, 1, 0)]$ ______ **(pt.1G)**
- Si scriva un'equazione cartesiana del piano α, se esiste, che contenga sia r sia s;
  Risposta $x + y - z = 0$ ______ **(pt.2G)**
- Detto $\mathcal{Q}$, il luogo generato dalla rotazione della retta r attorno all'asse s, si riconosca $\mathcal{Q}$, specificando la natura dei suoi punti semplici.
  Risposta Cilindro ellittico, punti semplici parabolici ______ **(pt.2G)**
- Si esprima un'equazione cartesiana di un piano β tale che $\mathcal{Q} \cap \beta$ sia irriducibile e si riconosca tale sezione piana.
  Risposta $z = 0$, ellissi ______ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° appello - 27/01/2020

4

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k-1 & k+1 \\ k+2 & 1 & 1 & 0 \\ 2k+2 & 0 & 1 & k+1 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k+1 \\ k+2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$ e il sistema $A_kX = B_k$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $\forall k \in \mathbb{R}$; per $k \neq 1$, ∞^1 soluzioni; per $k = 1$, ∞^2 soluzioni ______ **(pt.3A)**
- Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $(1, -2, 1, 5)$ è soluzione del sistema.
  Risposta $k = -1$ ______ **(pt.1A)**
- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le colonne della matrice A_k sono linearmente indipendenti.
  Risposta Non esiste k ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Sia $U = \left\{ \begin{pmatrix} -x-z & y \\ y-x-z & -y \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \ : \ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$. Si determini:

- una base e la dimensione di U;
  Risposta dim$U$=2, $\mathcal{B}_U = \left(\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right)$ ______ **(pt.2A)**
- un sottospazio di U che abbia dimensione 1;
  Risposta $\mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right)$ ______ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ k+7 & -2 \end{pmatrix}$ appartiene a U.
  Risposta $k = -3$ ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Si trovi una matrice A, non diagonale e appartenente a $M_3(\mathbb{R})$, che abbia $\lambda^3 - 4\lambda^2 - 3\lambda + 12 = 0$ come equazione caratteristica.

Risposta $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} & 0 \\ 2 & 3 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$ ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} -k & 8 & 0 \\ 0 & k & 3 \\ 0 & 2k & 6 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(1, 1, 2)$ è un autovettore di A_k e si determini il relativo autovalore.

Risposta $k = 1, \lambda = 7$ ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si determini il luogo dei punti simmetrici del punto $P = (2, 2)$ rispetto al fascio di rette $\mathcal{F} \ : \ x + ky = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

Risposta $x^2 + y^2 = 8$ ______ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sono dati i punti $A = (1, 1)$, $B = (-1, 1)$ e $D = (2, 0)$.

- Si determini, se esiste, l'equazione di una conica $\mathcal{C}$ passante per A e B e che abbia D come punto doppio.
  Risposta $(y + x - 2)(3y + x - 2) = 0$ ______ **(pt.2G)**
- Si indichino le coordinate dei punti impropri della conica $\mathcal{C}$.
  Risposta $[(-1, 1, 0)], [(-3, 1, 0)]$ ______ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 7. Si considerino in $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ le rette $r \ : \ x + y - z = 0 = 2x - 2z - 2$ ed $s \ : \ x + y = 0 = z - x + 1$.

- Si stabilisca la posizione reciproca di r ed s;
  Risposta Incidenti ______ **(pt.1G)**
- Si determinino le coordinate del punto P, se esiste, di intersezione tra r ed s;
  Risposta $[(1, -1, 0, 1)]$ ______ **(pt.1G)**
- Si scriva un'equazione cartesiana del piano α, se esiste, che contenga sia r sia s;
  Risposta $x - z = 1$ ______ **(pt.2G)**
- Detto $\mathcal{Q}$, il luogo generato dalla rotazione della retta r attorno all'asse s, si riconosca $\mathcal{Q}$, specificando la natura dei suoi punti semplici.
  Risposta Cono, punti semplici parabolici ______ **(pt.2G)**
- Si esprima un'equazione cartesiana di un piano β tale che $\mathcal{Q} \cap \beta$ sia irriducibile e si riconosca tale sezione piana.
  Risposta $y = 0$, parabola ______ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

5

Algebra e Geometria - 2^o appello - 27/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k & k \\ k+1 & 1 & 1 & 0 \\ 2k & 0 & 0 & -k \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$ e il sistema $A_k X = B_k$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $\forall k \in \mathbb{R}$; per $k = 0$ ∞^2 soluzioni, per $k \neq 0$ ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**
- Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $(1, -3, 2, 1)$ è soluzione del sistema.
  Risposta $k = -1$ **(pt.1A)**
- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le colonne della matrice A_k sono linearmente indipendenti.
  Risposta Non esiste k **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Sia $U = \left\{ \begin{pmatrix} x-z & y \\ x-y-z & y \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \ : \ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$. Si determini:

- una base e la dimensione di U;
  Risposta dim$U$=2, $\mathcal{B}_U = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.2A)**
- un sottospazio di U che abbia dimensione 1;
  Risposta $\mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ k+7 & -2 \end{pmatrix}$ appartiene a U.
  Risposta $k = -2$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Si trovi una matrice A, non diagonale e appartenente a $M_3(\mathbb{R})$, che abbia $\lambda^3 - \lambda^2 - 9\lambda + 9 = 0$ come equazione caratteristica.

Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} -k & 12 & 0 \\ 3 & -k & 0 \\ 2k & 3 & 6 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(-2, -1, 7)$ è un autovettore di A_k e si determini il relativo autovalore.

Risposta $k = 1, \lambda = 5$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si determini il luogo dei punti simmetrici del punto $P = (3, 3)$ rispetto al fascio di rette $\mathcal{F} \ : \ x + ky = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

Risposta $x^2 + y^2 = 18$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sono dati i punti $A = (1, 0)$, $B = (-1, -1)$ e $D = (0, 1)$.

- Si determini, se esiste, l'equazione di una conica $\mathcal{C}$ passante per A e B e che abbia D come punto doppio.
  Risposta $(x + y - 1)(y - 2x - 1) = 0$ **(pt.2G)**
- Si indichino le coordinate dei punti impropri della conica $\mathcal{C}$.
  Risposta $[(1, -1, 0)], [(1, 2, 0)]$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 7. Si considerino in $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ le rette $r \ : \ z - 2x = 0 = x + y - 1$ ed $s \ : \ -x + y + z - 1 = 0 = z + y$.

- Si stabilisca la posizione reciproca di r ed s;
  Risposta Incidenti **(pt.1G)**
- Si determinino le coordinate del punto P, se esiste, di intersezione tra r ed s;
  Risposta [(-1, 2, -2, 1)] **(pt.1G)**
- Si scriva un'equazione cartesiana del piano α, se esiste, che contenga sia r sia s;
  Risposta $-x + y + z - 1 = 0$ **(pt.2G)**
- Detto $\mathcal{Q}$, il luogo generato dalla rotazione della retta r attorno all'asse s, si riconosca $\mathcal{Q}$, specificando la natura dei suoi punti semplici.
  Risposta Cono, punti semplici parabolici **(pt.2G)**
- Si esprima un'equazione cartesiana di un piano β tale che $\mathcal{Q} \cap \beta$ sia irriducibile e si riconosca tale sezione piana.
  Risposta $z = 0$, ellisse **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

6

Algebra e Geometria - 2^o appello - 27/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k-1 & k-1 \\ k & 1 & 1 & 0 \\ 2k-2 & 0 & 0 & -k+1 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k-1 \\ k-1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$ e il sistema $A_k X = B_k$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $\forall k \in \mathbb{R}$; per $k = 1$ ∞^2 soluzioni, per $k \neq 1$ ∞^1 soluzioni ______ **(pt.3A)**
- Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $(1, -3, 2, 1)$ è soluzione del sistema.
  Risposta $k = 0$ ______ **(pt.1A)**
- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le colonne della matrice A_k sono linearmente indipendenti.
  Risposta Non esiste k ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Sia $U = \left\{ \begin{pmatrix} z-y & x \\ x & y-z \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \ : \ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$. Si determini:

- una base e la dimensione di U;
  Risposta dim$U$=2, $\mathcal{B}_U = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$ ______ **(pt.2A)**
- un sottospazio di U che abbia dimensione 1;
  Risposta $\mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$ ______ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A_k = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ k+7 & 3 \end{pmatrix}$ appartiene a U.
  Risposta $k = -5$ ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Si trovi una matrice A, non diagonale e appartenente a $M_3(\mathbb{R})$, che abbia $\lambda^3 - \lambda^2 - 25\lambda + 25 = 0$ come equazione caratteristica.
Risposta $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} -k & 4 & 0 \\ 1 & -k & 0 \\ 2k & 2 & 3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(-4, -2, 7)$ è un autovettore di A_k e si determini il relativo autovalore.
Risposta $k = 3, \lambda = -1$ ______ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si determini il luogo dei punti simmetrici del punto $P = (1, 4)$ rispetto al fascio di rette $\mathcal{F} \ : \ kx + y = 0$, $k \in \mathbb{R}$.
Risposta $x^2 + y^2 = 17$ ______ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sono dati i punti $A = (1, -1)$, $B = (1, 0)$ e $D = (-1, 2)$.

- Si determini, se esiste, l'equazione di una conica $\mathcal{C}$ passante per A e B e che abbia D come punto doppio.
  Risposta $(3x + 2y - 1)(x + y - 1) = 0$ ______ **(pt.2G)**
- Si indichino le coordinate dei punti impropri della conica $\mathcal{C}$.
  Risposta $[(-1, 1, 0)], [(-2, 3, 0)]$ ______ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 7. Si considerino in $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ le rette $r \ : \ x + z = 0 = -x + y - 1$ ed $s \ : \ x - y - 1 = 0 = y + z - 1$.

- Si stabilisca la posizione reciproca di r ed s;
  Risposta Parallele e distinte ______ **(pt.1G)**
- Si determinino le coordinate del punto P, se esiste, di intersezione tra r ed s;
  Risposta [(-1, -1, 1, 0)] ______ **(pt.1G)**
- Si scriva un'equazione cartesiana del piano α, se esiste, che contenga sia r sia s;
  Risposta $z + y - 1 = 0$ ______ **(pt.2G)**
- Detto $\mathcal{Q}$, il luogo generato dalla rotazione della retta r attorno all'asse s, si riconosca $\mathcal{Q}$, specificando la natura dei suoi punti semplici.
  Risposta Cilindro ellittico, punti semplici parabolici ______ **(pt.2G)**
- Si esprima un'equazione cartesiana di un piano β tale che $\mathcal{Q} \cap \beta$ sia irriducibile e si riconosca tale sezione piana.
  Risposta $y = 0$, ellissi ______ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

7

Algebra e Geometria - 2^o appello - 27/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k+1 & k+1 \\ k+2 & 1 & 1 & 0 \\ 2k+2 & 0 & 0 & -k-1 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k+1 \\ k+1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$ e il sistema $A_k X = B_k$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.

  Risposta Compatibile per $\forall k \in \mathbb{R}$; per $k = -1$ ∞^2 soluzioni, per $k \neq -1$ ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**
- Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $(1, -3, 2, 1)$ è soluzione del sistema.

  Risposta $k = -2$ **(pt.1A)**
- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le colonne della matrice A_k sono linearmente indipendenti.

  Risposta Non esiste k **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Sia $U = \left\{ \begin{pmatrix} y+z & x \\ x & z+y \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \ : \ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$. Si determini:

- una base e la dimensione di U;

  Risposta dim$U$=2, $\mathcal{B}_U = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.2A)**
- un sottospazio di U che abbia dimensione 1;

  Risposta $\mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ k+7 & 3 \end{pmatrix}$ appartiene a U.

  Risposta $k = -6$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Si trovi una matrice A, non diagonale e appartenente a $M_3(\mathbb{R})$, che abbia $\lambda^3 - \lambda^2 - 16\lambda + 16 = 0$ come equazione caratteristica.

Risposta $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} k & 12 & 0 \\ 3 & k & 0 \\ -2k & 3 & 6 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(2, 1, -7)$ è un autovettore di A_k e si determini il relativo autovalore.

Risposta $k = -1, \lambda = 5$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si determini il luogo dei punti simmetrici del punto $P = (4, 4)$ rispetto al fascio di rette $\mathcal{F} \ : \ kx + y = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

Risposta $x^2 + y^2 = 32$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sono dati i punti $A = (1, 1)$, $B = (2, 1)$ e $D = (-1, -1)$.

- Si determini, se esiste, l'equazione di una conica $\mathcal{C}$ passante per A e B e che abbia D come punto doppio.

  Risposta $(y - x)(3y - 2x + 1) = 0$ **(pt.2G)**
- Si indichino le coordinate dei punti impropri della conica $\mathcal{C}$.

  Risposta $[(1, 1, 0)], [(3, 2, 0)]$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 7. Si considerino in $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ le rette $r \ : \ x - z + 1 = 0 = -x + y - 1$ ed $s \ : \ -y + z = 0 = x + y - z = 0$.

- Si stabilisca la posizione reciproca di r ed s;

  Risposta Incidenti **(pt.1G)**
- Si determinino le coordinate del punto P, se esiste, di intersezione tra r ed s;

  Risposta [(0,1,1,1)] **(pt.1G)**
- Si scriva un'equazione cartesiana del piano α, se esiste, che contenga sia r sia s;

  Risposta $-y + z = 0$ **(pt.2G)**
- Detto $\mathcal{Q}$, il luogo generato dalla rotazione della retta r attorno all'asse s, si riconosca $\mathcal{Q}$, specificando la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Cono, punti semplici parabolici **(pt.2G)**
- Si esprima un'equazione cartesiana di un piano β tale che $\mathcal{Q} \cap \beta$ sia irriducibile e si riconosca tale sezione piana.

  Risposta $z = 0$, parabola **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o appello - 27/01/2020

8

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k+2 & k+2 \\ k+3 & 1 & 1 & 0 \\ 2k+4 & 0 & 0 & -k-2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k+2 \\ k+2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$ e il sistema $A_k X = B_k$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $\forall k \in \mathbb{R}$; per $k = -2$ ∞^2 soluzioni, per $k \neq -2$ ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**
- Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $(1, -3, 2, 1)$ è soluzione del sistema.
  Risposta $k = -3$ **(pt.1A)**
- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le colonne della matrice A_k sono linearmente indipendenti.
  Risposta Non esiste k **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Sia $U = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x+y+z & z+y \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \ : \ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$. Si determini:

- una base e la dimensione di U;
  Risposta dim$U$=2, $\mathcal{B}_U = \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.2A)**
- un sottospazio di U che abbia dimensione 1;
  Risposta $\mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ k-6 & -2 \end{pmatrix}$ appartiene a U.
  Risposta
  $k = 7$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Si trovi una matrice A, non diagonale e appartenente a $M_3(\mathbb{R})$, che abbia $\lambda^3 - \lambda^2 - 36\lambda + 36 = 0$ come equazione caratteristica.

Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 0 \\ 2 & 3 & -6 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 3k & 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(1, 1, 2)$ è un autovettore di A_k e si determini il relativo autovalore.

Risposta $k = -3, \lambda = -2$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si determini il luogo dei punti simmetrici del punto $P = (1, 2)$ rispetto al fascio di rette $\mathcal{F} \ : \ kx + y = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

Risposta $x^2 + y^2 = 5$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sono dati i punti $A = (1, -1)$, $B = (2, -1)$ e $D = (-1, 0)$.

- Si determini, se esiste, l'equazione di una conica $\mathcal{C}$ passante per A e B e che abbia D come punto doppio.
  Risposta $(x + 2y + 1)(x + 3y + 1) = 0$ **(pt.2G)**
- Si indichino le coordinate dei punti impropri della conica $\mathcal{C}$.
  Risposta $[(-2, 1, 0)], [(-3, 1, 0)]$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 7. Si considerino in $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ le rette $r \ : \ x + y - 1 = 0 = z + y$ ed $s \ : \ 2x + 2y + 2 = 0 = z - x = 0$.

- Si stabilisca la posizione reciproca di r ed s;
  Risposta Parallele e distinte **(pt.1G)**
- Si determinino le coordinate del punto P, se esiste, di intersezione tra r ed s;
  Risposta [(1, -1, 1, 0)] **(pt.1G)**
- Si scriva un'equazione cartesiana del piano α, se esiste, che contenga sia r sia s;
  Risposta $x - y - 2z - 1 = 0$ **(pt.2G)**
- Detto $\mathcal{Q}$, il luogo generato dalla rotazione della retta r attorno all'asse s, si riconosca $\mathcal{Q}$, specificando la natura dei suoi punti semplici.
  Risposta Cilindro ellittico, punti semplici parabolici **(pt.2G)**
- Si esprima un'equazione cartesiana di un piano β tale che $\mathcal{Q} \cap \beta$ sia irriducibile e si riconosca tale sezione piana.
  Risposta $z = 0$, ellissi **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o appello - 27/01/2020

9

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k-2 & k-2 \\ k-1 & 1 & 1 & 0 \\ 2k-4 & 0 & 0 & -k+2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k-2 \\ k-2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$ e il sistema $A_k X = B_k$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $\forall k \in \mathbb{R}$; per $k = 2$ ∞^2 soluzioni, per $k \neq 2$ ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**
- Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $(1, -3, 2, 1)$ è soluzione del sistema.
  Risposta $k = 1$ **(pt.1A)**
- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le colonne della matrice A_k sono linearmente indipendenti.
  Risposta Non esiste k **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Sia $U = \left\{ \begin{pmatrix} x+y & z \\ x+y+z & z \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \ : \ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$. Si determini:

- una base e la dimensione di U;
  Risposta dim$U$=2, $\mathcal{B}_U = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.2A)**
- un sottospazio di U che abbia dimensione 1;
  Risposta $\mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ k-2 & -2 \end{pmatrix}$ appartiene a U.
  Risposta $k = 4$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Si trovi una matrice A, non diagonale e appartenente a $M_3(\mathbb{R})$, che abbia $\lambda^3 - 2\lambda^2 - 5\lambda + 10 = 0$ come equazione caratteristica.
Risposta $\begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 1 & -\sqrt{5} & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} k & -6 & 0 \\ -6 & k & 0 \\ 2k & 3 & 9 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(1, -1, 5)$ è un autovettore di A_k e si determini il relativo autovalore.
Risposta $k = 4, \lambda = 10$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si determini il luogo dei punti simmetrici del punto $P = (3, 4)$ rispetto al fascio di rette $\mathcal{F} \ : \ kx + y = 0$, $k \in \mathbb{R}$.
Risposta $x^2 + y^2 = 25$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sono dati i punti $A = (1, 0)$, $B = (1, -1)$ e $D = (-1, 1)$.

- Si determini, se esiste, l'equazione di una conica $\mathcal{C}$ passante per A e B e che abbia D come punto doppio.
  Risposta $(x + 2y - 1)(x + y) = 0$ **(pt.2G)**
- Si indichino le coordinate dei punti impropri della conica $\mathcal{C}$.
  Risposta $[(-2, 1, 0)], [(-1, 1, 0)]$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 7. Si considerino in $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ le rette $r \ : \ 2x + z - 1 = 0 = y + z$ ed $s \ : \ -2x + 2y + z + 1 = 0 = x - 1 = 0$.

- Si stabilisca la posizione reciproca di r ed s;
  Risposta Incidenti **(pt.1G)**
- Si determinino le coordinate del punto P, se esiste, di intersezione tra r ed s;
  Risposta [(1, 1, -1, 1)] **(pt.1G)**
- Si scriva un'equazione cartesiana del piano α, se esiste, che contenga sia r sia s;
  Risposta $2x - 2y - z - 1 = 0$ **(pt.2G)**
- Detto $\mathcal{Q}$, il luogo generato dalla rotazione della retta r attorno all'asse s, si riconosca $\mathcal{Q}$, specificando la natura dei suoi punti semplici.
  Risposta Cono, punti semplici parabolici **(pt.2G)**
- Si esprima un'equazione cartesiana di un piano β tale che $\mathcal{Q} \cap \beta$ sia irriducibile e si riconosca tale sezione piana.
  Risposta $x = 0$, iperbole **(pt.2G)**