UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 10/01/2020

1

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Siano $U = \{(x-2y, 0, 4y-2x, 0) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ e $W_k = \mathcal{L}((k, 1, -2, k), (0, 2k, 0, 2), (k, 0, 0, 0))$, $k \in \mathbb{R}$, due sottospazi di $\mathbb{R}^4$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $U \subseteq W_k$.

  Risposta $k = \pm 1$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \oplus W_k$.

  Risposta $k \neq \pm 1$ **(pt.2A)**
- Si scriva una base di $U^\perp$.

  Risposta $((2, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -1 & k-2 \\ k & -1 & 0 \\ 2 & k-3 & 0 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia S_k l'insieme delle soluzioni del sistema $A_k X = B_k$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $A_k X = B_k$ ha autosoluzioni.

  Risposta $k = 1, 2$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali S_k è un sottospazio di dimensione 1.

  Risposta $k = 1$ **(pt.2A)**
- Posto $k = 3$, si determini S_3.

  Risposta $\{(0, 0, 0)\}$ **(pt.1A)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k \\ 0 & k & 0 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$.

- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.

  Risposta $k = 0$ **(pt.2A)**
- Per i valori di k per i quali la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$, si trovi una matrice diagonale $D \neq A_k$, simile ad A_k.

  Risposta $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sono dati: il piano $\alpha \ : \ x + 2z - 1 = 0$, il punto $P = (-1, 2, 1)$ e la retta $r \ : \ x + y - z + 1 = 0 = 2x - y - 4$.

- Si esprima un'equazione cartesiana della retta passante per P, contenuta in α e incidente r.

  Risposta $x + 2z - 1 = 0 = y - 4z + 2$ **(pt.2G)**
- Si stabilisca se esiste un punto immaginario appartenente alla retta r. Nel caso la risposta sia affermativa, si scrivano le coordinate del punto; diversamente, si motivi la risposta.

  Risposta $(i, 2i - 4, 3i - 3)$ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri, al variare del parametro reale k, la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 2(k+1)x^2 - (1+k)xy - y^2 + 6(k+1)x + 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;

  Risposta $k = -1, 0$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ è generale. In tal caso, si riconosca la conica;

  Risposta $k \neq -1, 0; k < -9 \cup k > -1, k \neq 0:$ iperbole; $-9 < k < -1:$ ellisse; $k = -9:$ parabola **(pt.2G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio immaginario;

  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio improprio;

  Risposta $k = -1$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 7x - y + 2 = 0$ è la polare del punto $P = (2, 0)$ nella polarità indotta da $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = -2$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino la conica $\mathcal{C} \ : \ x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xz + 2y = 0 = x - 1$ e il punto $P = [(-1, 0, 0, 1)]$. Si determini:

- un'equazione cartesiana della quadrica $\mathcal{Q}$ che proietta $\mathcal{C}$ dal punto P;

  Risposta $x^2 + 8y^2 + 20z^2 + 4xy + 8xz + 2x + 4y + 8z + 1 = 0$ **(pt.3G)**
- la natura dei punti semplici di $\mathcal{Q}$;

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 10/01/2020

2

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Siano $U = \{(4y-2x, 0, x-2y, 0) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ e $W_k = \mathcal{L}((k+1, 1, -2, k+1), (0, 2k+2, 0, 2), (k+1, 0, 0, 0))$, $k \in \mathbb{R}$, due sottospazi di $\mathbb{R}^4$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $U \subseteq W_k$.

  Risposta $k = -2, 0$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \oplus W_k$.

  Risposta $k \neq -2, 0$ **(pt.2A)**
- Si scriva una base di $U^\perp$.

  Risposta $((1,0,2,0), (0,1,0,0), (0,0,0,1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -1 & k-1 \\ k+1 & -1 & 0 \\ 2 & k-2 & 0 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia S_k l'insieme delle soluzioni del sistema $A_k X = B_k$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $A_k X = B_k$ ha autosoluzioni.

  Risposta $k = 0, 1$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali S_k è un sottospazio di dimensione 1.

  Risposta $k = 0$ **(pt.2A)**
- Posto $k = -1$, si determini S_{-1}.

  Risposta $\{(0,0,0)\}$ **(pt.1A)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k+2 \\ 0 & k-2 & 0 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$.

- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.

  Risposta $k = 2$ **(pt.2A)**
- Per i valori di k per i quali la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$, si trovi una matrice diagonale $D \neq A_k$, simile ad A_k.

  Risposta $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sono dati: il piano $\alpha \ : \ x - 3z + 2 = 0$, il punto $P = (-2, 4, 0)$ e la retta $r \ : \ 2x - y - 6 = 0 = x + y + z + 2$.

- Si esprima un'equazione cartesiana della retta passante per P, contenuta in α e incidente r.

  Risposta $x - 3z + 2 = 0 = y + 8z - 4$ **(pt.2G)**
- Si stabilisca se esiste un punto immaginario appartenente alla retta r. Nel caso la risposta sia affermativa, si scrivano le coordinate del punto; diversamente, si motivi la risposta.

  Risposta $(i, 2i-6, -3i+4)$ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri, al variare del parametro reale k, la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 2(k+2)x^2 - (2+k)xy - y^2 + 6(k+2)x + 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;

  Risposta $k = -2, -1$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ è generale. In tal caso, si riconosca la conica;

  Risposta $k \neq -2, -1; k < -10 \cup k > -2, k \neq -1 :$ iperbole; $-10 < k < -2 :$ ellisse; $k = -10 :$ parabola **(pt.2G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio immaginario;

  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio improprio;

  Risposta $k = -2$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ -6x - 3y + 4 = 0$ è la polare del punto $P = (0, 3)$ nella polarità indotta da $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = -6$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino la conica $\mathcal{C} \ : \ x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xz + 2y - 5 = 0 = z - 2$ e il punto $P = [(0, 0, 1, 1)]$. Si determini:

- un'equazione cartesiana della quadrica $\mathcal{Q}$ che proietta $\mathcal{C}$ dal punto P;

  Risposta $x^2 + 2y^2 + 15z^2 + 8xz + 2yz - 8x - 2y - 30z + 15 = 0$ **(pt.3G)**
- la natura dei punti semplici di $\mathcal{Q}$;

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1° appello - 10/01/2020

3

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Siano $U = \{(3y - x, 0, 4x - 12y, 0) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ e $W_k = \mathcal{L}((k-1, 1, -2, k-1), (0, 2k-2, 0, 2), (k-1, 0, 0, 0))$, $k \in \mathbb{R}$, due sottospazi di $\mathbb{R}^4$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $U \subseteq W_k$.
  Risposta $k = 0, 2$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \oplus W_k$.
  Risposta $k \neq 0, 2$ **(pt.2A)**
- Si scriva una base di $U^{\perp}$.
  Risposta $((4, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -1 & k-4 \\ k-2 & -1 & 0 \\ 2 & k-5 & 0 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia S_k l'insieme delle soluzioni del sistema $A_k X = B_k$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $A_k X = B_k$ ha autosoluzioni.
  Risposta $k = 3, 4$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali S_k è un sottospazio di dimensione 1.
  Risposta $k = 3$ **(pt.2A)**
- Posto $k = 2$, si determini S_2.
  Risposta $\{(0, 0, 0)\}$ **(pt.1A)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k-4 \\ 0 & -k+4 & 0 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$.

- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
  Risposta $k = 4$ **(pt.2A)**
- Per i valori di k per i quali la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$, si trovi una matrice diagonale $D \neq A_k$, simile ad A_k.
  Risposta $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sono dati: il piano $\alpha \ : \ x - 2z + 1 = 0$, il punto $P = (-1, -2, 0)$ e la retta $r \ : \ 3x - y - 1 = 0 = x + y - z - 2$.

- Si esprima un'equazione cartesiana della retta passante per P, contenuta in α e incidente r.
  Risposta $x - 2z + 1 = 0 = y - 4z + 2$ **(pt.2G)**
- Si stabilisca se esiste un punto immaginario appartenente alla retta r. Nel caso la risposta sia affermativa, si scrivano le coordinate del punto; diversamente, si motivi la risposta.
  Risposta $(i, 3i - 1, 4i - 3)$ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri, al variare del parametro reale k, la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 2(k-1)x^2 + (1-k)xy - y^2 + 6(k-1)x + 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $k = 1, 2$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ è generale. In tal caso, si riconosca la conica;
  Risposta $k \neq 1, 2; k < -7 \cup k > 1, k \neq 2 :$ iperbole; $-7 < k < 1 :$ ellisse; $k = -7 :$ parabola **(pt.2G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio immaginario;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio improprio;
  Risposta $k = 1$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 10x - y - 2 = 0$ è la polare del punto $P = (1, 0)$ nella polarità indotta da $\mathcal{C}_k$.
  Risposta $k = 0$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino la conica $\mathcal{C} \ : \ x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xz + 2y = 0 = x + 1$ e il punto $P = [(1, 0, 0, 1)]$. Si determini:

- un'equazione cartesiana della quadrica $\mathcal{Q}$ che proietta $\mathcal{C}$ dal punto P;
  Risposta $x^2 + 8y^2 + 20z^2 - 4xy + 8xz - 2x + 4y - 8z + 1 = 0$ **(pt.3G)**
- la natura dei punti semplici di $\mathcal{Q}$;

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 10/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Siano $U = \{(4x+12y, 0, 3y+x, 0) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ e $W_k = \mathcal{L}((k+2, 1, -2, k+2), (0, 2k+1, 0, 2), (k+2, 0, 0, 0))$, $k \in \mathbb{R}$, due sottospazi di $\mathbb{R}^4$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $U \subseteq W_k$.
  Risposta $k = -\frac{5}{2}, 0$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \oplus W_k$.
  Risposta $k \neq -\frac{5}{2}, 0$ **(pt.2A)**
- Si scriva una base di $U^\perp$.
  Risposta $((1, 0, -4, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -1 & k-3 \\ k-1 & -1 & 0 \\ 2 & k-4 & 0 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia S_k l'insieme delle soluzioni del sistema $A_k X = B_k$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $A_k X = B_k$ ha autosoluzioni.
  Risposta $k = 2, 3$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali S_k è un sottospazio di dimensione 1.
  Risposta $k = 2$ **(pt.2A)**
- Posto $k = 4$, si determini S_4.
  Risposta $\{(0, 0, 0)\}$ **(pt.1A)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 0 & k-1 & 0 \\ -k+1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$.

- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
  Risposta $k = 1$ **(pt.2A)**
- Per i valori di k per i quali la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$, si trovi una matrice diagonale $D \neq A_k$, simile ad A_k.
  Risposta $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sono dati: il piano $\alpha \ : \ x+3z-4=0$, il punto $P = (1, 1, 1)$ e la retta $r \ : \ x-y-z+2 = 0 = 2x-y+2$.

- Si esprima un'equazione cartesiana della retta passante per P, contenuta in α e incidente r.
  Risposta $x + 3z - 4 = 0 = y + 3z - 4$ **(pt.2G)**
- Si stabilisca se esiste un punto immaginario appartenente alla retta r. Nel caso la risposta sia affermativa, si scrivano le coordinate del punto; diversamente, si motivi la risposta.
  Risposta $(i, 2i+2, -i)$ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri, al variare del parametro reale k, la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 2(k-2)x^2 + (2-k)xy - y^2 + 6(k-2)x + 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $k = 2, 3$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ è generale. In tal caso, si riconosca la conica;
  Risposta $k \neq 2, 3; k < -6 \cup k > 2, k \neq 3 :$ iperbole; $-6 < k < 2 :$ ellisse; $k = -6 :$ parabola **(pt.2G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio immaginario;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio improprio;
  Risposta $k = 2$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 7x - y + 2 = 0$ è la polare del punto $P = (2, 0)$ nella polarità indotta da $\mathcal{C}_k$.
  Risposta $k = 1$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino la conica $\mathcal{C} \ : \ x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xz + 2y - 3 = 0 = x - 2$ e il punto $P = [(3, 0, 0, 1)]$. Si determini:

- un'equazione cartesiana della quadrica $\mathcal{Q}$ che proietta $\mathcal{C}$ dal punto P;
  Risposta $x^2 + 2y^2 + 5z^2 - 2xy - 8xz - 6x + 6y + 24z + 9 = 0$ **(pt.3G)**
- la natura dei punti semplici di $\mathcal{Q}$;

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 10/01/2020

5

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Siano $U = \{(x-2y, 0, -5x+10y, 0) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ e $W_k = \mathcal{L}((k-3, 1, -2, k-3), (0, 2k+1, 0, -3), (k-3, 0, 0, 0))$, $k \in \mathbb{R}$, due sottospazi di $\mathbb{R}^4$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $U \subseteq W_k$.
  Risposta $k = 0, \frac{5}{2}$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \oplus W_k$.
  Risposta $k \neq 0, \frac{5}{2}$ **(pt.2A)**
- Si scriva una base di $U^\perp$.
  Risposta $((5, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -1 & k+1 \\ k+3 & -1 & 0 \\ 2 & k & 0 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia S_k l'insieme delle soluzioni del sistema $A_k X = B_k$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $A_k X = B_k$ ha autosoluzioni.
  Risposta $k = -2, -1$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali S_k è un sottospazio di dimensione 1.
  Risposta $k = -2$ **(pt.2A)**
- Posto $k = -3$, si determini S_{-3}.
  Risposta $\{(0, 0, 0)\}$ **(pt.1A)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 0 & -k+3 & 0 \\ k-3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$.

- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
  Risposta $k = 3$ **(pt.2A)**
- Per i valori di k per i quali la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$, si trovi una matrice diagonale $D \neq A_k$, simile ad A_k.
  Risposta $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sono dati: il piano $\alpha \ : \ x - 4z + 5 = 0$, il punto $P = (-5, 2, 0)$ e la retta $r \ : \ 3x - y + 1 = 0 = x - y - z$.

- Si esprima un'equazione cartesiana della retta passante per P, contenuta in α e incidente r.
  Risposta $x - 4z + 5 = 0 = y + 4z - 2$ **(pt.2G)**
- Si stabilisca se esiste un punto immaginario appartenente alla retta r. Nel caso la risposta sia affermativa, si scrivano le coordinate del punto; diversamente, si motivi la risposta.
  Risposta $(i, 3i + 1, -2i - 1)$ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri, al variare del parametro reale k, la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 2(k-3)x^2 + (3-k)xy - y^2 + 6(k-3)x + 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $k = 3, 4$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ è generale. In tal caso, si riconosca la conica;
  Risposta $k \neq 3, 4; k < -5 \cup k > 3, k \neq 4:$ iperbole; $-5 < k < 3:$ ellisse; $k = -5:$ parabola **(pt.2G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio immaginario;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio improprio;
  Risposta $k = 3$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 7x + y - 2 = 0$ è la polare del punto $P = (0, 2)$ nella polarità indotta da $\mathcal{C}_k$.
  Risposta $k = -4$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino la conica $\mathcal{C} \ : \ x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xz + 2y - 3 = 0 = x + 2$ e il punto $P = [(-3, 0, 0, 1)]$. Si determini:

- un'equazione cartesiana della quadrica $\mathcal{Q}$ che proietta $\mathcal{C}$ dal punto P;
  Risposta $x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 2xy - 8xz + 6x + 6y - 24z + 9 = 0$ **(pt.3G)**
- la natura dei punti semplici di $\mathcal{Q}$;

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 10/01/2020

6

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Siano $U = \{(y-2x, 0, 6x-3y, 0) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ e $W_k = \mathcal{L}((k-2, 1, -2, k-2), (0, 2k-2, 0, 4), (k-2, 0, 0, 0))$, $k \in \mathbb{R}$, due sottospazi di $\mathbb{R}^4$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $U \subseteq W_k$.
  Risposta $k = 0, 3$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \oplus W_k$.
  Risposta $k \neq 0, 3$ **(pt.2A)**
- Si scriva una base di $U^\perp$.
  Risposta $((3,0,1,0), (0,1,0,0), (0,0,0,1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -1 & k \\ k+2 & -1 & 0 \\ 2 & k-1 & 0 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia S_k l'insieme delle soluzioni del sistema $A_k X = B_k$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $A_k X = B_k$ ha autosoluzioni.
  Risposta $k = -1, 0$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali S_k è un sottospazio di dimensione 1.
  Risposta $k = -1$ **(pt.2A)**
- Posto $k = 1$, si determini S_1.
  Risposta $\{(0,0,0)\}$ **(pt.1A)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 0 & -k-1 & 0 \\ k+1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$.

- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
  Risposta $k = -1$ **(pt.2A)**
- Per i valori di k per i quali la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$, si trovi una matrice diagonale $D \neq A_k$, simile ad A_k.
  Risposta $D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sono dati: il piano $\alpha \ : \ 2x - z + 1 = 0$, il punto $P = (1, -3, 3)$ e la retta $r \ : \ 2x + y - 1 = 0 = x + y + z - 1$.

- Si esprima un'equazione cartesiana della retta passante per P, contenuta in α e incidente r.
  Risposta $2x - z + 1 = 0 = 2y + 3z - 3$ **(pt.2G)**
- Si stabilisca se esiste un punto immaginario appartenente alla retta r. Nel caso la risposta sia affermativa, si scrivano le coordinate del punto; diversamente, si motivi la risposta.
  Risposta $(i, -2i+1, i)$ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri, al variare del parametro reale k, la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 2kx^2 - kxy - y^2 + 6kx + 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $k = 0, 1$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ è generale. In tal caso, si riconosca la conica;
  Risposta $k \neq 0, 1; k < -8 \cup k > 0, k \neq 1 :$ iperbole; $-8 < k < 0 :$ ellisse; $k = -8 :$ parabola **(pt.2G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio immaginario;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio improprio;
  Risposta $k = 0$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ x - y + 10 = 0$ è la polare del punto $P = (-2, 0)$ nella polarità indotta da $\mathcal{C}_k$.
  Risposta $k = -1$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino la conica $\mathcal{C} \ : \ x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xz + 2y - 3 = 0 = x - 3$ e il punto $P = [(2, 0, 0, 1)]$. Si determini:

- un'equazione cartesiana della quadrica $\mathcal{Q}$ che proietta $\mathcal{C}$ dal punto P;
  Risposta $6x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 2xy + 12xz - 24x - 4y - 24z + 24 = 0$ **(pt.3G)**
- la natura dei punti semplici di $\mathcal{Q}$;

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 10/01/2020

7

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Siano $U = \{(5x - 10y, 0, 2y - x, 0) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ e $W_k = \mathcal{L}((k + 2, 1, -2, k + 2), (0, 2k + 2, 0, 4), (k + 2, 0, 0, 0))$, $k \in \mathbb{R}$, due sottospazi di $\mathbb{R}^4$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $U \subseteq W_k$.
  Risposta $k = -3, 0$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \oplus W_k$.
  Risposta $k \neq -3, 0$ **(pt.2A)**
- Si scriva una base di $U^\perp$.
  Risposta $((1, 0, 5, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -1 & k-5 \\ k-3 & -1 & 0 \\ 2 & k-6 & 0 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia S_k l'insieme delle soluzioni del sistema $A_kX = B_k$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $A_kX = B_k$ ha autosoluzioni.
  Risposta $k = 4, 5$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali S_k è un sottospazio di dimensione 1.
  Risposta $k = 4$ **(pt.2A)**
- Posto $k = 6$, si determini S_6.
  Risposta $\{(0, 0, 0)\}$ **(pt.1A)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k-2 \\ 0 & k+2 & 0 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$.

- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
  Risposta $k = -2$ **(pt.2A)**
- Per i valori di k per i quali la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$, si trovi una matrice diagonale $D \neq A_k$, simile ad A_k.
  Risposta $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sono dati: il piano $\alpha \ : \ 2x - z + 3 = 0$, il punto $P = (-1, 0, 1)$ e la retta $r \ : \ x + y - z - 2 = 0 = 2x + y + 1$.

- Si esprima un'equazione cartesiana della retta passante per P, contenuta in α e incidente r.
  Risposta $2x - z + 3 = 0 = 2y + 3z - 3$ **(pt.2G)**
- Si stabilisca se esiste un punto immaginario appartenente alla retta r. Nel caso la risposta sia affermativa, si scrivano le coordinate del punto; diversamente, si motivi la risposta.
  Risposta $(i, -2i - 1, -i - 3)$ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri, al variare del parametro reale k, la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 2(3 + k)x^2 - (k + 3)xy - y^2 + 6(3 + k)x + 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $k = -3, -2$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ è generale. In tal caso, si riconosca la conica;
  Risposta $k \neq -3, -2; k < -11 \cup k > -3, k \neq -2$: iperbole; $-11 < k < -3$: ellisse; $k = -11$: parabola **(pt.2G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio immaginario;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio improprio;
  Risposta $k = -3$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 7x - y - 4 = 0$ è la polare del punto $P = (0, -1)$ nella polarità indotta da $\mathcal{C}_k$.
  Risposta $k = -5$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino la conica $\mathcal{C} \ : \ x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xz + 2y - 3 = 0 = x + 3$ e il punto $P = [(-2, 0, 0, 1)]$. Si determini:

- un'equazione cartesiana della quadrica $\mathcal{Q}$ che proietta $\mathcal{C}$ dal punto P;
  Risposta $6x^2 + 2y^2 + 5z^2 - 2xy + 12xz + 24x - 4y + 24z + 24 = 0$ **(pt.3G)**
- la natura dei punti semplici di $\mathcal{Q}$;

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 10/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Siano $U = \{(3x-9y, 0, 3y-x, 0) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ e $W_k = \mathcal{L}((k+4, 1, -2, k+4), (0, 2k+1, 0, 4), (k+4, 0, 0, 0))$, $k \in \mathbb{R}$, due sottospazi di $\mathbb{R}^4$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $U \subseteq W_k$.
  Risposta $k = -\frac{9}{2}, 0$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \oplus W_k$.
  Risposta $k \neq -\frac{9}{2}, 0$ **(pt.2A)**
- Si scriva una base di $U^\perp$.
  Risposta $((1,0,3,0), (0,1,0,0), (0,0,0,1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -1 & k+2 \\ k+4 & -1 & 0 \\ 2 & k+1 & 0 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia S_k l'insieme delle soluzioni del sistema $A_k X = B_k$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $A_k X = B_k$ ha autosoluzioni.
  Risposta $k = -3, -2$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali S_k è un sottospazio di dimensione 1.
  Risposta $k = -3$ **(pt.2A)**
- Posto $k = -4$, si determini S_{-4}.
  Risposta $\{(0,0,0)\}$ **(pt.1A)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k+5 \\ 0 & -k-5 & 0 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$.

- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
  Risposta $k = -5$ **(pt.2A)**
- Per i valori di k per i quali la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$, si trovi una matrice diagonale $D \neq A_k$, simile ad A_k.
  Risposta $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sono dati: il piano $\alpha \ : \ 4x-z+1=0$, il punto $P = (1,5,5)$ e la retta $r \ : \ x+y-z+1 = 0 = 2x-y+2$.

- Si esprima un'equazione cartesiana della retta passante per P, contenuta in α e incidente r.
  Risposta $4x - z + 1 = 0 = 4y - z - 15$ **(pt.2G)**
- Si stabilisca se esiste un punto immaginario appartenente alla retta r. Nel caso la risposta sia affermativa, si scrivano le coordinate del punto; diversamente, si motivi la risposta.
  Risposta $(i, 2i+2, 3i+3)$ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri, al variare del parametro reale k, la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (2k-8)x^2 + (4-k)xy - y^2 + (6k-24)x + 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $k = 4, 5$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ è generale. In tal caso, si riconosca la conica;
  Risposta $k \neq 4, 5; k < -4 \cup k > 4, k \neq 5 :$ iperbole; $-4 < k < 4 :$ ellisse; $k = -4 :$ parabola **(pt.2G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio immaginario;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio improprio;
  Risposta $k = 4$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 10x - y + 2 = 0$ è la polare del punto $P = (1,0)$ nella polarità indotta da $\mathcal{C}_k$.
  Risposta $k = 2$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino la conica $\mathcal{C} \ : \ x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xz + 2y - 3 = 0 = z - 1$ e il punto $P = [(0,0,-1,1)]$. Si determini:

- un'equazione cartesiana della quadrica $\mathcal{Q}$ che proietta $\mathcal{C}$ dal punto P;
  Risposta $4x^2 + 8y^2 + 2z^2 + 8xz + 4yz + 8x + 4y + 4z + 2 = 0$ **(pt.3G)**
- la natura dei punti semplici di $\mathcal{Q}$;

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 10/01/2020

9

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Siano $U = \{(3x+6y, 0, 2y+x, 0) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}$ e $W_k = \mathcal{L}((k+3, 1, -2, k+3), (0, 2k+1, 0, 3), (k+3, 0, 0, 0))$, $k \in \mathbb{R}$, due sottospazi di $\mathbb{R}^4$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $U \subseteq W_k$.
  Risposta $k = -\frac{7}{2}, 0$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $U \oplus W_k$.
  Risposta $k \neq -\frac{7}{2}, 0$ **(pt.2A)**
- Si scriva una base di $U^\perp$.
  Risposta $((1,0,-3,0),(0,1,0,0),(0,0,0,1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2 & -1 & k+3 \\ k+5 & -1 & 0 \\ 2 & k+2 & 0 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia S_k l'insieme delle soluzioni del sistema $A_k X = B_k$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema $A_k X = B_k$ ha autosoluzioni.
  Risposta $k = -4, -3$ **(pt.2A)**
- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali S_k è un sottospazio di dimensione 1.
  Risposta $k = -4$ **(pt.2A)**
- Posto $k = -2$, si determini S_{-2}.
  Risposta $\{(0,0,0)\}$ **(pt.1A)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 0 & -k-3 & 0 \\ k+3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$.

- Si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
  Risposta $k = -3$ **(pt.2A)**
- Per i valori di k per i quali la matrice A_k è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$, si trovi una matrice diagonale $D \neq A_k$, simile ad A_k.
  Risposta $D = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sono dati: il piano $\alpha \ : \ 4x - z + 3 = 0$, il punto $P = (1, 0, 7)$ e la retta $r \ : \ 2x - y + 6 = 0 = x + y + z - 2$.

- Si esprima un'equazione cartesiana della retta passante per P, contenuta in α e incidente r.
  Risposta $4x - z + 3 = 0 = 2y + z - 7$ **(pt.2G)**
- Si stabilisca se esiste un punto immaginario appartenente alla retta r. Nel caso la risposta sia affermativa, si scrivano le coordinate del punto; diversamente, si motivi la risposta.
  Risposta $(i, 2i+6, -3i-4)$ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri, al variare del parametro reale k, la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (8+2k)x^2 - (4+k)xy - y^2 + 6(4+k)x + 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $k = -4, -3$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ è generale. In tal caso, si riconosca la conica;
  Risposta $k \neq -4, -3; k < -12 \cup k > -4, k \neq -3:$ iperbole; $-12 < k < -4:$ ellisse; $k = -12:$ parabola **(pt.2G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio immaginario;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- $\mathcal{C}_k$ ha un punto doppio improprio;
  Risposta $k = -4$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 10x + y - 4 = 0$ è la polare del punto $P = (0, 1)$ nella polarità indotta da $\mathcal{C}_k$.
  Risposta $k = -8$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino la conica $\mathcal{C} \ : \ x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 4xz + 2y - 3 = 0 = z + 1$ e il punto $P = [(0, 0, 1, 1)]$. Si determini:

- un'equazione cartesiana della quadrica $\mathcal{Q}$ che proietta $\mathcal{C}$ dal punto P;
  Risposta $4x^2 + 8y^2 + 2z^2 + 8xz - 4yz - 8x + 4y - 4z + 2 = 0$ **(pt.3G)**
- la natura dei punti semplici di $\mathcal{Q}$;