UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r \ : \ 2x - y + 1 = 0$.
Risposta $31x^2 + 4y^2 - 36xy + 36x - 18y + 9 = 0$ ______ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r \ : \ x + y - z - 1 = 0 = x - 3$ ed $s \ : \ y - 2 = 0 = x + y - z - 4$.
Risposta $(j + k, i + k)$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(i - 1, 5, 1)]$.
Risposta $y - 5 = 0$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 \ : \ 2x + (1 - k)y = k - 1$, $\pi_2 \ : \ (4 - k)x + 2y + kz = -3$, $\pi_3 \ : \ x - y + z = 0$, al variare del parametro reale k. Si stabilisca per quali valori di k:

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r;

  Risposta $k \neq 0$ ______ **(pt.2)**
- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3.

  Risposta $k = 4$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 4x^2 + y^2 + (k - 3)xy + 4x - 2y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- $\mathcal{C}_k$ ha due punti impropri reali e distinti;

  Risposta $k < -1 \cup k > 7$ ______ **(pt.2)**
- i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (1, 4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k = 1$ ______ **(pt.2)**
- la conica $\mathcal{C}_k$ ha un asintoto parallelo alla retta $s \ : \ 4x + y + 15 = 0$.

  Risposta $k = 8$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy + 2xz + 2yz - 6x = 0$.

- Si riconosca $\mathcal{Q}$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Paraboloide ellittico ______ **(pt.3)**
- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a $\mathcal{Q}$.

  Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloide è riducibile ______ **(pt.2)**
- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

  Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloide ellittico sono solo parabole ed ellissi **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r\ :\ x-y+1=0$.
Risposta $7x^2+7y^2-18xy+18x-18y+9=0$ ______ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O;\mathcal{B}=(i,j,k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r\ :\ x-4y+z-6=0=x-3$ ed $s\ :\ y+2=0=x-4y+z-3$.
Risposta $(j+4k, i-k)$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P=[(3,i-1,1)]$.
Risposta $x-3=0$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1\ :\ (2+k)x-2y=-2-k$, $\pi_2\ :\ 2x+(1-k)y+(k+3)z=-3$, $\pi_3\ :\ x-y-z=0$, al variare del parametro reale k. Si stabilisca per quali valori di k:

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r;

  Risposta $k\neq-3$ ______ **(pt.2)**

- la retta propria $r=\pi_1\cap\pi_2$ è parallela al piano π_3.

  Risposta $k=1$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k\ :\ x^2+4y^2+(k+5)xy-2x+4y=0$, al variare di $k\in\mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- $\mathcal{C}_k$ ha due punti impropri reali e distinti;

  Risposta $k<-9\cup k>-1$ ______ **(pt.2)**

- i punti $P=(0,1)$ e $Q=(4,1)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k=-7$ ______ **(pt.2)**

- la conica $\mathcal{C}_k$ ha un asintoto parallelo alla retta $s\ :\ x+4y+15=0$.

  Risposta $k=0$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}\ :\ 3x^2+3y^2+4z^2-2xy+4xz+4yz-6x=0$.

- Si riconosca $\mathcal{Q}$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Paraboloide ellittico ______ **(pt.3)**

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a $\mathcal{Q}$.

  Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloide è riducibile ______ **(pt.2)**

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q}\cap\alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

  Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloide ellittico sono solo parabole ed ellissi **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r\ :\ 2x - y + 2 = 0$.
Risposta $31x^2 + 4y^2 - 36xy + 72x - 36y + 36 = 0$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r\ :\ 3x - y - z - 7 = 0 = x - 2$ ed $s\ :\ y - 5 = 0 = 3x - y - z + 1$.
Risposta $(j - k, i + 3k)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(i - 1, -2, 1)]$.
Risposta $y + 2 = 0$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1\ :\ (2 - k)y + 2z = k - 2$, $\pi_2\ :\ (k - 1)x + 2y + (5 - k)z = -3$, $\pi_3\ :\ x - y + z = 0$, al variare del parametro reale k. Si stabilisca per quali valori di k:

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r;

  Risposta $k \neq 1$ **(pt.2)**

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3.

  Risposta $k = 5$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k\ :\ 4x^2 + y^2 + (k + 4)xy + 4x - 2y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- $\mathcal{C}_k$ ha due punti impropri reali e distinti;

  Risposta $k < -8 \cup k > 0$ **(pt.2)**

- i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (1, 4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k = -6$ **(pt.2)**

- la conica $\mathcal{C}_k$ ha un asintoto parallelo alla retta $s\ :\ 4x + y + 15 = 0$.

  Risposta $k = 1$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}\ :\ 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy + 2xz + 2yz - 6y = 0$.

- Si riconosca $\mathcal{Q}$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Paraboloide ellittico **(pt.3)**

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a $\mathcal{Q}$.

  Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloide è riducibile **(pt.2)**

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

  Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloide ellittico sono solo parabole ed ellissi **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r\ :\ 3x - y + 1 = 0$.
Risposta $71x^2 - y^2 - 54xy + 54x - 18y + 9 = 0$ ______ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r\ :\ x + 2y - z - 5 = 0 = x - 3$ ed $s\ :\ y - 2 = 0 = x + 2y - z - 7$.
Risposta $(j + 2k, i + k)$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(-4, i - 1, 1)]$.
Risposta $x + 4 = 0$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1\ :\ 2x - (1 + k)z = k + 1$, $\pi_2\ :\ (2 - k)x + (k + 2)y + 2z = -3$, $\pi_3\ :\ x + y - z = 0$, al variare del parametro reale k. Si stabilisca per quali valori di k:

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r;

  Risposta $k \neq -2$ ______ **(pt.2)**

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3.

  Risposta $k = 2$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k\ :\ x^2 + 4y^2 + (k + 3)xy - 2x + 4y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- $\mathcal{C}_k$ ha due punti impropri reali e distinti;

  Risposta $k < -7 \cup k > 1$ ______ **(pt.2)**

- i punti $P = (0, 1)$ e $Q = (4, 1)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k = -5$ ______ **(pt.2)**

- la conica $\mathcal{C}_k$ ha un asintoto parallelo alla retta $s\ :\ x + 4y + 15 = 0$.

  Risposta $k = 2$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}\ :\ 3x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 2xy + 4xz + 4yz - 6y = 0$.

- Si riconosca $\mathcal{Q}$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Paraboloide ellittico ______ **(pt.3)**

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a $\mathcal{Q}$.

  Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloide è riducibile ______ **(pt.2)**

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

  Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloide ellittico sono solo parabole ed ellissi **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : 2x - y - 1 = 0$.
Risposta $31x^2 + 4y^2 - 36xy - 36x + 18y + 9 = 0$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : x - y - z + 1 = 0 = z - 3$ ed $s : y - 2 = 0 = x - y - z + 4$.
Risposta $(i + j, i + k)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(i - 1, 1, 1)]$.
Risposta $y - 1 = 0$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : 2y + (3 - k)z = k - 3$, $\pi_2 : (k - 2)x + (6 - k)y + 2z = -3$, $\pi_3 : x + y - z = 0$, al variare del parametro reale k. Si stabilisca per quali valori di k:

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r;

  Risposta $k \neq 2$ **(pt.2)**

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3.

  Risposta $k = 6$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : 4x^2 + y^2 + (k + 2)xy + 4x - 2y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- $\mathcal{C}_k$ ha due punti impropri reali e distinti;

  Risposta $k < -6 \cup k > 2$ **(pt.2)**

- i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (1, 4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k = -4$ **(pt.2)**

- la conica $\mathcal{C}_k$ ha un asintoto parallelo alla retta $s : 4x + y + 15 = 0$.

  Risposta $k = 3$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz - 2yz - 6y = 0$.

- Si riconosca $\mathcal{Q}$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Paraboloide ellittico **(pt.3)**

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a $\mathcal{Q}$.

  Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloide è riducibile **(pt.2)**

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

  Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloide ellittico sono solo parabole ed ellissi **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : x - 2y - 1 = 0$.
Risposta $4x^2 + 31y^2 - 36xy - 18x + 36y + 9 = 0$ ______ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : 2x + y - z - 5 = 0 = y - 3$ ed $s : x - 2 = 0 = 2x + y - z - 7$.
Risposta $(j + k, i + 2k)$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(2, i - 1, 1)]$.
Risposta $x - 2 = 0$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : 2x + (4 - k)y = k - 4$, $\pi_2 : (7 - k)x + 2y + (k - 3)z = -3$, $\pi_3 : x - y + z = 0$, al variare del parametro reale k. Si stabilisca per quali valori di k:

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r;

  Risposta $k \neq 3$ ______ **(pt.2)**

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3.

  Risposta $k = 7$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : x^2 + 4y^2 + (k + 1)xy - 2x + 4y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- $\mathcal{C}_k$ ha due punti impropri reali e distinti;

  Risposta $k < -5 \cup k > 3$ ______ **(pt.2)**

- i punti $P = (0, 1)$ e $Q = (4, 1)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k = -3$ ______ **(pt.2)**

- la conica $\mathcal{C}_k$ ha un asintoto parallelo alla retta $s : x + 4y + 15 = 0$.

  Risposta $k = 4$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy - 2xz + 2yz - 6x = 0$.

- Si riconosca $\mathcal{Q}$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Paraboloide ellittico ______ **(pt.3)**

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a $\mathcal{Q}$.

  Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloide è riducibile ______ **(pt.2)**

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

  Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloide ellittico sono solo parabole ed ellissi **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r\ :\ x-y-1=0$.
Risposta $7x^2+7y^2-18xy-18x+18y+9=0$ ______ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O;\mathcal{B}=(i,j,k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r\ :\ x-y+z-1=0=x-3$ ed $s\ :\ z-2=0=x-y+z-4$.
Risposta $(j+k, i+j)$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P=[(i-1,7,1)]$.
Risposta $y-7=0$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1\ :\ (k+3)x-2y=-k-3$, $\pi_2\ :\ 2x-ky+(k+4)z=-3$, $\pi_3\ :\ x-y-z=0$, al variare del parametro reale k. Si stabilisca per quali valori di k:

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r;

  Risposta $k\neq-4$ ______ **(pt.2)**

- la retta propria $r=\pi_1\cap\pi_2$ è parallela al piano π_3.

  Risposta $k=0$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k\ :\ 4x^2+y^2+(k-1)xy+4x-2y=0$, al variare di $k\in\mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- $\mathcal{C}_k$ ha due punti impropri reali e distinti;

  Risposta $k<-3\cup k>5$ ______ **(pt.2)**

- i punti $P=(1,0)$ e $Q=(1,4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k=-1$ ______ **(pt.2)**

- la conica $\mathcal{C}_k$ ha un asintoto parallelo alla retta $s\ :\ 4x+y+15=0$.

  Risposta $k=6$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}\ :\ 3x^2+4y^2+3z^2+4xy-2xz+4yz-6x=0$.

- Si riconosca $\mathcal{Q}$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Paraboloide ellittico ______ **(pt.3)**

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a $\mathcal{Q}$.

  Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloide è riducibile ______ **(pt.2)**

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q}\cap\alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

  Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloide ellittico sono solo parabole ed ellissi **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r\ :\ x-2y-2=0$.
Risposta $4x^2+31y^2-36xy-36x+72y+36=0$ ______ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O;\mathcal{B}=(i,j,k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r\ :\ 4x-y-z-6=0=y-3$ ed $s\ :\ x+2=0=4x-y-z+3$.
Risposta $(j-k, i+4k)$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P=[(1,i-1,1)]$.
Risposta $x-1=0$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1\ :\ (6-k)y+2z=k-6$, $\pi_2\ :\ (k-5)x+2y+(9-k)z=-3$, $\pi_3\ :\ x-y+z=0$, al variare del parametro reale k. Si stabilisca per quali valori di k:

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r;

  Risposta $k\neq 5$ ______ **(pt.2)**

- la retta propria $r=\pi_1\cap\pi_2$ è parallela al piano π_3.

  Risposta $k=9$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k\ :\ x^2+4y^2+(k-2)xy-2x+4y=0$, al variare di $k\in\mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- $\mathcal{C}_k$ ha due punti impropri reali e distinti;

  Risposta $k<-2\cup k>6$ ______ **(pt.2)**

- i punti $P=(0,1)$ e $Q=(4,1)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k=0$ ______ **(pt.2)**

- la conica $\mathcal{C}_k$ ha un asintoto parallelo alla retta $s\ :\ x+4y+15=0$.

  Risposta $k=7$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}\ :\ 4x^2+3y^2+3z^2+4xy+4xz-2yz-6y=0$.

- Si riconosca $\mathcal{Q}$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Paraboloide ellittico ______ **(pt.3)**

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a $\mathcal{Q}$.

  Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloide è riducibile ______ **(pt.2)**

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q}\cap\alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

  Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloide ellittico sono solo parabole ed ellissi **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r\ :\ x-3y-1=0$.
Risposta $x^2-71y^2+54xy+18x-54y-9=0$ ______ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O;\mathcal{B}=(i,j,k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r\ :\ x-3y+z+7=0=y-2$ ed $s\ :\ x-5=0=x-3y+z+1$.
Risposta $(j+3k, i-k)$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P=[(i-1,-4,1)]$.
Risposta $y+4=0$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1\ :\ 2x-(k+5)z=k+5$, $\pi_2\ :\ (2+k)x-(k+6)y-2z=3$, $\pi_3\ :\ x+y-z=0$, al variare del parametro reale k. Si stabilisca per quali valori di k:

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r;

  Risposta $k\neq-6$ ______ **(pt.2)**

- la retta propria $r=\pi_1\cap\pi_2$ è parallela al piano π_3.

  Risposta $k=-2$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k\ :\ 4x^2+y^2+kxy+4x-2y=0$, al variare di $k\in\mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- $\mathcal{C}_k$ ha due punti impropri reali e distinti;

  Risposta $k<-4\cup k>4$ ______ **(pt.2)**

- i punti $P=(1,0)$ e $Q=(1,4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k=-2$ ______ **(pt.2)**

- la conica $\mathcal{C}_k$ ha un asintoto parallelo alla retta $s\ :\ 4x+y+15=0$.

  Risposta $k=5$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}\ :\ 2x^2+2y^2+2z^2+2xy+2xz-2yz-6z=0$.

- Si riconosca $\mathcal{Q}$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta Paraboloide ellittico ______ **(pt.3)**

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a $\mathcal{Q}$.

  Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloide è riducibile ______ **(pt.2)**

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q}\cap\alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

  Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloide ellittico sono solo parabole ed ellissi **(pt.3)**