$\boxed{1}$

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 5^o appello 7.09.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

•**Esercizio 1.** Si considerino le matrici $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & -(a+1) \\ 2 & 2-a & a+1 \\ a & 0 & a+3 \end{pmatrix}$ e $B_a = \begin{pmatrix} a+1 \\ a \\ -3 \end{pmatrix}$ ad elementi reali. Si determinino:

(a) i valori reali di a per i quali il sistema $A_aX = B_a$ risulta compatibile;

risposta $a \neq \pm 2$ ______ **(punti 4)**

(b) posto $a = 0$, gli autovalori di A_0 con i relativi autospazi;

risposta
$t_1 = 0 \quad V_{(0)} = \{(\alpha, -\alpha, 0) \in \mathbb{R}^3, \alpha \in \mathbb{R}\}$
$t_2 = 2 \quad V_{(2)} = \{(0, \beta, 0) \in \mathbb{R}^3, \beta \in \mathbb{R}\}$
$t_3 = 3 \quad V_{(3)} = \{(\gamma, -\gamma, -3\gamma) \in \mathbb{R}^3, \gamma \in \mathbb{R}\}$ ______ **(punti 4)**

(c) posto $a = 0$, l'insieme S delle soluzioni del sistema $A_0X = B_0$;

risposta $S = \{(\lambda, 1/2 - \lambda, -1) \in \mathbb{R}^3, \lambda \in \mathbb{R}\}$ ______ **(punti 2)**

(d) posto $a = -2$, il sottospazio S' delle soluzioni del sistema $A_{-2}X = 0$ e una base ortonormale B del suo complemento ortogonale $S'^{\perp}$.

risposta $S' = \{(\mu, 0, 2\mu) \in \mathbb{R}^3, \mu \in \mathbb{R}\}, \quad B = ((-2/\sqrt{5}, 0, 1/\sqrt{5}), (0, 1, 0))$ ______ **(punti 5)**

•**Esercizio 2.** In $E_3(\mathbb{R})$ sono date le rette $r_k : x + kz - 1 = y - 2 = 0$, $s_k : z = 2x - 3y + 2z - k = 0$.

Si determinino:

(a) i valori di reali k per i quali le rette risultano sghembe;

risposta $k \neq -4$ ______ **(punti 2)**

(b) posto $k = 0$, una rappresentazione analitica della retta, se esiste, incidente r_0 ed s_0 e ortogonale ad entrambe;

risposta $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ z = 0 \end{cases}$ ______ **(punti 4)**

(c) posto $k = -1$, una rappresentazione cartesiana della superficie descritta da s_{-1} nella rotazione di asse r_{-1} ;

risposta $4x^2 - 9y^2 + 4z^2 + 26xz - 20x + 36y - 38z - 11 = 0$ ______ **(punti 5)**

(d) posto $k = -4$, una rappresentazione analitica del piano, se esiste, che contiene sia r_{-4} che s_{-4}.

risposta $2x - 3y - 8z + 4 = 0$ ______ **(punti 4)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 5^o appello 7.09.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

•**Esercizio 1.** Si considerino le matrici $A_a = \begin{pmatrix} 0 & a+1 & 0 \\ a & 2 & -a \\ a+1 & a-3 & a+3 \end{pmatrix}$ e $B_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1+a \\ a \end{pmatrix}$ ad elementi reali. Si determinino:

(a) i valori reali di a per i quali il sistema $A_aX = B_a$ risulta compatibile;

risposta $a \neq 0, -2$ **(punti 4)**

(b) posto $a = 0$, gli autovalori di A_0 con i relativi autospazi;

risposta
$t_1 = 0 \quad V_{(0)} = \{(-3\alpha, 0, \alpha) \in \mathbb{R}^3, \alpha \in \mathbb{R}\}$
$t_2 = 2 \quad V_{(2)} = \{(\beta, 2\beta, 5\beta) \in \mathbb{R}^3, \beta \in \mathbb{R}\}$
$t_3 = 3 \quad V_{(3)} = \{(0, 0, \gamma) \in \mathbb{R}^3, \gamma \in \mathbb{R}\}$ **(punti 4)**

(c) posto $a = -1$, l'insieme S delle soluzioni del sistema $A_{-1}X = B_{-1}$;

risposta $S = \{(4\lambda - 1/2, \lambda, 2\lambda - 1/2) \in \mathbb{R}^3, \lambda \in \mathbb{R}\}$ **(punti 2)**

(d) posto $a = 0$, il sottospazio S' delle soluzioni del sistema $A_0X = 0$ e una base ortonormale B del suo complemento ortogonale $S'^{\perp}$.

risposta $S' = \{(-3\mu, 0, \mu) \in \mathbb{R}^3, \mu \in \mathbb{R}\}, \quad B = ((1/\sqrt{10}, 0, 3/\sqrt{10}), (0, 1, 0))$ **(punti 5)**

•**Esercizio 2.** In $E_3(\mathbb{R})$ sono date le rette $r_k : x + ky - 3 = z - 1 = 0$, $s_k : y = x - 3y + 3z + k = 0$.

Si determinino:

(a) i valori di reali k per i quali le rette risultano sghembe;

risposta $k \neq -6$ **(punti 2)**

(b) posto $k = 0$, una rappresentazione analitica della retta, se esiste, incidente r_0 ed s_0 e ortogonale ad entrambe;

risposta $\begin{cases} 3x - z = 8 \\ y = 0 \end{cases}$ **(punti 4)**

(c) posto $k = -1$, una rappresentazione cartesiana della superficie descritta da s_{-1} nella rotazione di asse r_{-1} ;

risposta $x^2 + y^2 - 9z^2 + 20xy + 4x - 50y + 18z - 5 = 0$ **(punti 5)**

(d) posto $k = -6$, una rappresentazione analitica del piano, se esiste, che contiene sia r_{-6} che s_{-6}.

risposta $x - 6y + 3z - 6 = 0$ **(punti 4)**

3

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 5^o appello 7.09.07

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

•Esercizio 1. Si considerino le matrici $A_a = \begin{pmatrix} a & a-1 & -a \\ a-1 & 3 & a-1 \\ 0 & a+1 & 0 \end{pmatrix}$ e $B_a = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ ad elementi reali. Si determinino:

(a) i valori reali di a per i quali il sistema $A_aX = B_a$ risulta compatibile;

risposta $a \neq \pm 1$ **(punti 4)**

(b) posto $a = 1$, gli autovalori di A_1 con i relativi autospazi;

risposta
$t_1 = 0 \quad V_{(0)} = \{(\alpha, 0, \alpha) \in \mathbb{R}^3, \alpha \in \mathbb{R}\}$
$t_2 = 1 \quad V_{(1)} = \{(\beta, 0, 0) \in \mathbb{R}^3, \beta \in \mathbb{R}\}$
$t_3 = 3 \quad V_{(3)} = \{(\gamma, -3\gamma, -2\gamma) \in \mathbb{R}^3, \gamma \in \mathbb{R}\}$
(punti 4)

(c) posto $a = 0$, l'insieme S delle soluzioni del sistema $A_0X = B_0$;

risposta $S = \{(\lambda, 0, -\lambda - 1) \in \mathbb{R}^3, \lambda \in \mathbb{R}\}$ **(punti 2)**

(d) posto $a = 0$, il sottospazio S' delle soluzioni del sistema $A_0X = 0$ e una base ortonormale B del suo complemento ortogonale $S'^{\perp}$.

risposta $S' = \{(\mu, 0, -\mu) \in \mathbb{R}^3, \mu \in \mathbb{R}\}, \quad B = ((1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2}), (0, 1, 0))$ **(punti 5)**

•Esercizio 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono date le rette $r_k : x + kz - 2 = y - 3 = 0$, $s_k : z = x - 2y + 2z + k = 0$.

Si determinino:

(a) i valori di reali k per i quali le rette risultano sghembe;

risposta $k \neq 4$ **(punti 2)**

(b) posto $k = 0$, una rappresentazione analitica della retta, se esiste, incidente r_0 ed s_0 e ortogonale ad entrambe;

risposta $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ z = 0 \end{cases}$ **(punti 4)**

(c) posto $k = 1$, una rappresentazione cartesiana della superficie descritta da s_1 nella rotazione di asse r_1;

risposta $x^2 - 4y^2 + z^2 - 10xz - 10x + 24y + 26z - 11 = 0$ **(punti 5)**

(d) posto $k = 4$, una rappresentazione analitica del piano, se esiste, che contiene sia r_4 che s_4.

risposta $x - 2y + 4z + 4 = 0$ **(punti 4)**