UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini una base di $U = \mathcal{L}((1,0,0,1),(2,3,1,0),(5,3,1,3),(1,-3,-1,3))$.
Risposta $((1,0,0,1),(2,3,1,0))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Data la matrice ortogonale $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, si determini A^{-1}.

Risposta $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (0,5,k-5,3-k)$ appartiene a $U = \{(x+z, 2y+z, y, x) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x,y,z \in \mathbb{R}\}$.
Risposta $k = 6$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 4. Data $A_k = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ k-2 & 2 & k-7 \\ 0 & 0 & k+1 \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale, si determinino i valori di k per i quali $\lambda = 2$ è un autovalore di A con molteplicità algebrica 1.
Risposta $k \neq 1, 2$ **(pt.2A)**

Posto $k = 2$, si determini, se esiste, l'autospazio di dimensione 2.
Risposta $V_2 = \{(x,y,0) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,y \in \mathbb{R}\}$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 5. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k+2 & 0 & 3 \\ 0 & k-3 & -2 \\ k+2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq -2$; per $k \neq -2, 1$: soluzione unica; per $k = 1$: ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**

- si interpreti geometricamente il sistema in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$, considerando ogni sua equazione come la rappresentazione di un piano.

  Risposta Per $k = -2$: piani incidenti a due a due; per $k = 1$: fascio proprio di piani; per $k \neq -2, 1$: stella propria di piani **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, una rappresentazione reale della retta reale contenuta nel piano $\alpha \ : \ (1+i)x - 2y + 3iz - 4 = 0$.
Risposta $x - 2y - 4 = 0 = x + 3z$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 9x^2 + (k-4)y^2 - 36x + 3(k-8)y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto improprio.
Risposta $k = 4$ **(pt.2G)**

Posto $k = 10$, si determini, nella polarità indotta da $\mathcal{C}_{10}$, il polo della retta $r \ : \ 6x - 5y - 2 = 0$.
Risposta $(0, 2)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 8. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$, si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 + 3y^2 - z^2 + 2xy + 2xz - 2x + 2z - 1 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cono; punti semplici parabolici **(pt.2G)**

Dato il piano $\alpha \ : \ x = 0$, si determinino le rette componenti della conica $\mathcal{C} = \mathcal{Q} \cap \alpha$.
Risposta $\sqrt{3}y \pm (z-1) = 0 = x$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini una base di $U = \mathcal{L}((0,1,2,0),(-1,3,0,2),(-1,6,6,2),(1,0,6,-2))$.
Risposta $((0,1,2,0),(-1,3,0,2))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Data la matrice ortogonale $A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, si determini A^{-1}.

Risposta $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (0,5,k-3,1-k)$ appartiene a $U = \{(x+z, 2y+z, y, x) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x,y,z \in \mathbb{R}\}$.
Risposta $k = 4$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 4. Data $A_k = \begin{pmatrix} k+1 & 1 & 0 \\ 0 & k+2 & 0 \\ k-1 & k-6 & 2 \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale, si determinino i valori di k per i quali $\lambda = 2$ è un autovalore di A con molteplicità algebrica 1.
Risposta $k \neq 0, 1$ **(pt.2A)**

Posto $k = 1$, si determini, se esiste, l'autospazio di dimensione 2.
Risposta $V_2 = \{(x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x, z \in \mathbb{R}\}$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 5. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k+3 & 0 & 3 \\ 0 & k-2 & -2 \\ k+3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_kX = B$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq -3$; per $k \neq -3, 0$: soluzione unica; per $k = 0$: ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**

- si interpreti geometricamente il sistema in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$, considerando ogni sua equazione come la rappresentazione di un piano.

  Risposta Per $k = -3$: piani incidenti a due a due; per $k = 0$: fascio proprio di piani; per $k \neq -3, 0$: stella propria di piani **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, una rappresentazione reale della retta reale contenuta nel piano $\alpha \ : \ (2-i)x + 5y - 7iz + 3 = 0$.
Risposta $2x + 5y + 3 = 0 = x + 7z$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 9x^2 + (k-7)y^2 - 36x + 3(k-11)y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto improprio.
Risposta $k = 7$ **(pt.2G)**

Posto $k = 13$, si determini, nella polarità indotta da $\mathcal{C}_{13}$, il polo della retta $r \ : \ 9x - y - 6 = 0$.
Risposta $(-1, 0)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 8. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$, si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ 3x^2 + y^2 - z^2 + 2xy + 2yz - 2y + 2z - 1 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cono; punti semplici parabolici **(pt.2G)**

Dato il piano $\alpha \ : \ y = 0$, si determinino le rette componenti della conica $\mathcal{C} = \mathcal{Q} \cap \alpha$.
Risposta $\sqrt{3}x \pm (z-1) = 0 = y$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini una base di $U = \mathcal{L}((2,-1,0,0),(1,0,3,1),(7,-3,3,1),(5,-3,-3,-1))$.
Risposta $((2,-1,0,0),(1,0,3,1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Data la matrice ortogonale $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$, si determini A^{-1}.

Risposta $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (0,5,2k-5,3-2k)$ appartiene a $U = \{(x+z, 2y+z, y, x) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x,y,z \in \mathbb{R}\}$.
Risposta $k = 3$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 4. Data $A_k = \begin{pmatrix} k-1 & k-3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & k-8 & k \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale, si determinino i valori di k per i quali $\lambda = 2$ è un autovalore di A con molteplicità algebrica 1.
Risposta $k \neq 2,3$ **(pt.2A)**

Posto $k = 3$, si determini, se esiste, l'autospazio di dimensione 2.
Risposta $V_2 = \{(x, y, -x+5y) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,y \in \mathbb{R}\}$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 5. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k+6 & 0 & 3 \\ 0 & k+1 & -2 \\ k+6 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq -6$; per $k \neq -6, -3$: soluzione unica; per $k = -3$: ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**

- si interpreti geometricamente il sistema in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$, considerando ogni sua equazione come la rappresentazione di un piano.

  Risposta Per $k = -6$: piani incidenti a due a due; per $k = -3$: fascio proprio di piani; per $k \neq -6, -3$: stella propria di piani **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, una rappresentazione reale della retta reale contenuta nel piano $\alpha \ : \ (i-3)x - 4y + iz - 5 = 0$.
Risposta $3x + 4y + 5 = 0 = x + z$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 9x^2 + (k-3)y^2 - 36x + 3(k-7)y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto improprio.
Risposta $k = 3$ **(pt.2G)**

Posto $k = 9$, si determini, nella polarità indotta da $\mathcal{C}_9$, il polo della retta $r \ : \ y - 2 = 0$.
Risposta $(2, 2)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 8. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$, si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 - 3y^2 - z^2 - 2xz - 2yz - 2x + 2z + 1 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cono; punti semplici parabolici **(pt.2G)**

Dato il piano $\alpha \ : \ z = 0$, si determinino le rette componenti della conica $\mathcal{C} = \mathcal{Q} \cap \alpha$.
Risposta $x - 1 \pm \sqrt{3}y = 0 = z$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini una base di $U = \mathcal{L}((0,1,0,1),(1,0,-3,2),(1,3,-3,5),(-1,3,3,1))$.
Risposta $((0,1,0,1),(1,0,-3,2))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Data la matrice ortogonale $A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$, si determini A^{-1}.

Risposta $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (0,5,k-1,-1-k)$ appartiene a $U = \{(x+z, 2y+z, y, x) \in \mathbb{R}^4 \; : \; x,y,z \in \mathbb{R}\}$.
Risposta $k = 2$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 4. Data $A_k = \begin{pmatrix} k-4 & 0 & 1 \\ k-6 & 2 & k-7 \\ 0 & 0 & k-3 \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale, si determinino i valori di k per i quali $\lambda = 2$ è un autovalore di A con molteplicità algebrica 1.
Risposta $k \neq 5, 6$ **(pt.2A)**

Posto $k = 6$, si determini, se esiste, l'autospazio di dimensione 2.
Risposta $V_2 = \{(x,y,0) \in \mathbb{R}^3 \; : \; x,y \in \mathbb{R}\}$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 5. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k+1 & 0 & 3 \\ 0 & k-4 & -2 \\ k+1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq -1$; per $k \neq -1, 2$: soluzione unica; per $k = 2$: ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**

- si interpreti geometricamente il sistema in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$, considerando ogni sua equazione come la rappresentazione di un piano.

  Risposta Per $k = -1$: piani incidenti a due a due; per $k = 2$: fascio proprio di piani; per $k \neq -1, 2$: stella propria di piani **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, una rappresentazione reale della retta reale contenuta nel piano $\alpha \; : \; 5x + (2-i)y - 7iz + 3 = 0$.
Risposta $5x + 2y + 3 = 0 = y + 7z$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \; : \; 9x^2 + (-k-4)y^2 - 36x + 3(-k-8)y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto improprio.
Risposta $k = -4$ **(pt.2G)**

Posto $k = -10$, si determini, nella polarità indotta da $\mathcal{C}_{-10}$, il polo della retta $r \; : \; 3x - y + 6 = 0$.
Risposta $(1,0)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 8. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$, si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \; : \; x^2 + 3y^2 - z^2 + 2xy + 2xz - 4x + 4z - 4 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cono; punti semplici parabolici **(pt.2G)**

Dato il piano $\alpha \; : \; x = 0$, si determinino le rette componenti della conica $\mathcal{C} = \mathcal{Q} \cap \alpha$.
Risposta $\sqrt{3}y \pm (z-2) = 0 = x$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini una base di $U = \mathcal{L}((-2,0,0,1),(2,2,-1,0),(-4,2,-1,3),(-8,-2,1,3))$.
Risposta $((-2,0,0,1),(2,2,-1,0))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Data la matrice ortogonale $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$, si determini A^{-1}.

Risposta $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (0,5,-k-5,3+k)$ appartiene a $U = \{(x+z, 2y+z, y, x) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x, y, z \in \mathbb{R}\}$.
Risposta $k = -6$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 4. Data $A_k = \begin{pmatrix} k+5 & 1 & 0 \\ 0 & k+6 & 0 \\ k+3 & k+2 & 2 \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale, si determinino i valori di k per i quali $\lambda = 2$ è un autovalore di A con molteplicità algebrica 1.
Risposta $k \neq -4, -3$ **(pt.2A)**

Posto $k = -3$, si determini, se esiste, l'autospazio di dimensione 2.
Risposta $V_2 = \{(x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x, z \in \mathbb{R}\}$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 5. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k+4 & 0 & 3 \\ 0 & k-1 & -2 \\ k+4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq -4$; per $k \neq -4, -1$: soluzione unica; per $k = -1$: ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**

- si interpreti geometricamente il sistema in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$, considerando ogni sua equazione come la rappresentazione di un piano.

  Risposta Per $k = -4$: piani incidenti a due a due; per $k = -1$: fascio proprio di piani; per $k \neq -4, -1$: stella propria di piani **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, una rappresentazione reale della retta reale contenuta nel piano $\alpha \ : \ 2x - (1+i)y - 3iz + 4 = 0$.
Risposta $2x - y + 4 = 0 = y + 3z$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 9x^2 + ky^2 - 36x + 3(k-4)y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto improprio.
Risposta $k = 0$ **(pt.2G)**

Posto $k = 6$, si determini, nella polarità indotta da $\mathcal{C}_6$, il polo della retta $r \ : \ 12x - y - 12 = 0$.
Risposta $(-2, 0)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 8. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$, si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ 3x^2 + y^2 - z^2 + 2xy + 2yz - 4y + 4z - 4 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cono; punti semplici parabolici **(pt.2G)**

Dato il piano $\alpha \ : \ y = 0$, si determinino le rette componenti della conica $\mathcal{C} = \mathcal{Q} \cap \alpha$.
Risposta $\sqrt{3}x \pm (z-2) = 0 = y$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini una base di $U = \mathcal{L}((1,1,0,0),(0,1,-3,2),(3,4,-3,2),(3,2,3,-2))$.
Risposta $((1,1,0,0),(0,1,-3,2))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Data la matrice ortogonale $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$, si determini A^{-1}.

Risposta $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (0,5,k-7,5-k)$ appartiene a $U = \{(x+z, 2y+z, y, x) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x,y,z \in \mathbb{R}\}$.
Risposta $k = 8$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 4. Data $A_k = \begin{pmatrix} k-3 & k-5 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & k-6 & k-2 \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale, si determinino i valori di k per i quali $\lambda = 2$ è un autovalore di A con molteplicità algebrica 1.
Risposta $k \neq 4, 5$ **(pt.2A)**

Posto $k = 5$, si determini, se esiste, l'autospazio di dimensione 2.
Risposta $V_2 = \{(x, x+z, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x, z \in \mathbb{R}\}$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 5. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k-1 & 0 & 3 \\ 0 & k-6 & -2 \\ k-1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 1$; per $k \neq 1, 4$: soluzione unica; per $k = 4$: ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**

- si interpreti geometricamente il sistema in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$, considerando ogni sua equazione come la rappresentazione di un piano.

  Risposta Per $k = 1$: piani incidenti a due a due; per $k = 4$: fascio proprio di piani; per $k \neq 1, 4$: stella propria di piani **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, una rappresentazione reale della retta reale contenuta nel piano $\alpha \ : \ 4x - (i-3)y - iz + 5 = 0$.
Risposta $4x + 3y + 5 = 0 = y + z$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 9x^2 + (k-5)y^2 - 36x + 3(k-9)y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto improprio.
Risposta $k = 5$ **(pt.2G)**

Posto $k = 11$, si determini, nella polarità indotta da $\mathcal{C}_{11}$, il polo della retta $r \ : \ 6x - 3y - 1 = 0$.
Risposta $(0, 1)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 8. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$, si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 - 3y^2 - z^2 - 2xz - 2yz - 4x + 4z + 4 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cono; punti semplici parabolici **(pt.2G)**

Dato il piano $\alpha \ : \ z = 0$, si determinino le rette componenti della conica $\mathcal{C} = \mathcal{Q} \cap \alpha$.
Risposta $x - 2 \pm \sqrt{3}y = 0 = z$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini una base di $U = \mathcal{L}((3,0,0,-1),(2,2,1,0),(11,2,1,-3),(7,-2,-1,-3))$.
Risposta $((3,0,0,-1),(2,2,1,0))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Data la matrice ortogonale $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \end{pmatrix}$, si determini A^{-1}.

Risposta $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (0,5,k-6,4-k)$ appartiene a $U = \{(x+z, 2y+z, y, x) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x,y,z \in \mathbb{R}\}$.
Risposta $k = 7$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 4. Data $A_k = \begin{pmatrix} k+3 & 0 & 1 \\ k+1 & 2 & k-5 \\ 0 & 0 & k+4 \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale, si determinino i valori di k per i quali $\lambda = 2$ è un autovalore di A con molteplicità algebrica 1.
Risposta $k \neq -2, -1$ **(pt.2A)**

Posto $k = -1$, si determini, se esiste, l'autospazio di dimensione 2.
Risposta $V_2 = \{(x,y,0) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,y \in \mathbb{R}\}$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 5. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k-2 & 0 & 3 \\ 0 & k-7 & -2 \\ k-2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 2$; per $k \neq 2, 5$: soluzione unica; per $k = 5$: ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**

- si interpreti geometricamente il sistema in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$, considerando ogni sua equazione come la rappresentazione di un piano.

  Risposta Per $k = 2$: piani incidenti a due a due; per $k = 5$: fascio proprio di piani; per $k \neq 2, 5$: stella propria di piani **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, una rappresentazione reale della retta reale contenuta nel piano $\alpha \ : \ (2-i)x - 7iy + 5z + 3 = 0$.
Risposta $2x + 5z + 3 = 0 = x + 7y$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 9x^2 + (k-2)y^2 - 36x + 3(k-6)y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto improprio.
Risposta $k = 2$ **(pt.2G)**

Posto $k = 8$, si determini, nella polarità indotta da $\mathcal{C}_8$, il polo della retta $r \ : \ y - 12 = 0$.
Risposta $(2,0)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 8. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$, si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 + 3y^2 - z^2 + 2xy + 2xz + 2x - 2z - 1 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cono; punti semplici parabolici **(pt.2G)**

Dato il piano $\alpha \ : \ x = 0$, si determinino le rette componenti della conica $\mathcal{C} = \mathcal{Q} \cap \alpha$.
Risposta $\sqrt{3}y \pm (z+1) = 0 = x$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini una base di $U = \mathcal{L}((1,3,0,0),(0,-2,1,1),(3,7,1,1),(3,11,-1,-1))$.
Risposta $((1,3,0,0),(0,-2,1,1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Data la matrice ortogonale $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, si determini A^{-1}.

Risposta $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (0,5,k-9,7-k)$ appartiene a $U = \{(x+z, 2y+z, y, x) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x,y,z \in \mathbb{R}\}$.
Risposta $k = 10$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 4. Data $A_k = \begin{pmatrix} k-2 & 1 & 0 \\ 0 & k-1 & 0 \\ k-4 & k-7 & 2 \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale, si determinino i valori di k per i quali $\lambda = 2$ è un autovalore di A con molteplicità algebrica 1.
Risposta $k \neq 3,4$ **(pt.2A)**

Posto $k = 4$, si determini, se esiste, l'autospazio di dimensione 2.
Risposta $V_2 = \{(x,0,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,z \in \mathbb{R}\}$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 5. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 4-k & 0 & 3 \\ 0 & -k-1 & -2 \\ 4-k & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 4$; per $k \neq 1,4$: soluzione unica; per $k = 1$: ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**

- si interpreti geometricamente il sistema in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$, considerando ogni sua equazione come la rappresentazione di un piano.

  Risposta Per $k = 4$: piani incidenti a due a due; per $k = 1$: fascio proprio di piani; per $k \neq 1,4$: stella propria di piani **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, una rappresentazione reale della retta reale contenuta nel piano $\alpha \ : \ (1+i)x + 3iy - 2z - 4 = 0$.
Risposta $x - 2z - 4 = 0 = x + 3y$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 9x^2 + (k-6)y^2 - 36x + 3(k-10)y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto improprio.
Risposta $k = 6$ **(pt.2G)**

Posto $k = 12$, si determini, nella polarità indotta da $\mathcal{C}_{12}$, il polo della retta $r \ : \ 6x + 3y + 2 = 0$.
Risposta $(0,-2)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 8. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$, si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ 3x^2 + y^2 - z^2 + 2xy + 2yz + 2y - 2z - 1 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cono; punti semplici parabolici **(pt.2G)**

Dato il piano $\alpha \ : \ y = 0$, si determinino le rette componenti della conica $\mathcal{C} = \mathcal{Q} \cap \alpha$.
Risposta $\sqrt{3}x \pm (z+1) = 0 = y$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini una base di $U = \mathcal{L}((0,2,2,0),(-1,1,0,1),(-1,7,6,1),(1,5,6,-1))$.
Risposta $((0,2,2,0),(-1,1,0,1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. Data la matrice ortogonale $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$, si determini A^{-1}.

Risposta $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (0,5,k-4,2-k)$ appartiene a $U = \{(x+z, 2y+z, y, x) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x,y,z \in \mathbb{R}\}$.
Risposta $k = 5$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 4. Data $A_k = \begin{pmatrix} k+2 & k & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & k-8 & k+3 \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale, si determinino i valori di k per i quali $\lambda = 2$ è un autovalore di A con molteplicità algebrica 1.
Risposta $k \neq -1, 0$ **(pt.2A)**

Posto $k = 0$, si determini, se esiste, l'autospazio di dimensione 2.
Risposta $V_2 = \{(x,y,8y-x) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,y \in \mathbb{R}\}$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 5. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 3-k & 0 & 3 \\ 0 & -k-2 & -2 \\ 3-k & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 3$; per $k \neq 0,3$: soluzione unica; per $k = 0$: ∞^1 soluzioni **(pt.3A)**

- si interpreti geometricamente il sistema in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$, considerando ogni sua equazione come la rappresentazione di un piano.

  Risposta Per $k = 3$: piani incidenti a due a due; per $k = 0$: fascio proprio di piani; per $k \neq 0,3$: stella propria di piani **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, una rappresentazione reale della retta reale contenuta nel piano $\alpha \ : \ (i-3)x + iy - 4z - 5 = 0$.
Risposta $3x + 4z + 5 = 0 = x + y$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ 9x^2 + (k+4)y^2 - 36x + 3ky = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto improprio.
Risposta $k = -4$ **(pt.2G)**

Posto $k = 2$, si determini, nella polarità indotta da $\mathcal{C}_2$, il polo della retta $r \ : \ 6x + y + 1 = 0$.
Risposta $(0, -1)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 8. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$, si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 - 3y^2 - z^2 - 2xz - 2yz + 2x - 2z + 1 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cono; punti semplici parabolici **(pt.2G)**

Dato il piano $\alpha \ : \ z = 0$, si determinino le rette componenti della conica $\mathcal{C} = \mathcal{Q} \cap \alpha$.
Risposta $x + 1 \pm \sqrt{3}y = 0 = z$ **(pt.2G)**