UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 3^o appello - 15/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Data la sequenza $A_k = ((k-2, k-2, 0, 0), (1, 1, k, k-3), (2k, k+3, k, 0)) \subseteq \mathbb{R}^4(\mathbb{R})$, con $k \in \mathbb{R}$, si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$:

- A_k genera un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ di dimensione 2;
  Risposta $k = 2, 3$ **(pt.2A)**
- il vettore $v = (0, -1, 0, 0)$ appartiene a $\mathcal{L}(A_k)$;
  Risposta $k = 0$ **(pt.2A)**
- i sottospazi $\mathcal{L}(A_k)$ e $U = \{(\alpha, 2\alpha, \beta, 0) \in \mathbb{R}^4 : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ sono in somma diretta.
  Risposta $k = 2$ **(pt.2A)**

Posto $k = 3$, si determini, rispetto al prodotto scalare euclideo, il complemento ortogonale di A_k.
Risposta $\mathcal{L}((1, -1, 0, 0), (0, 0, 0, 1))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & 8 \\ k-8 & 2 & k-1 \end{pmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;
  Risposta $3, k-5, k+3$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali esiste un autospazio di A_k di dimensione 2.
  Risposta $k = 8$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 3. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k+1 & 2 \\ -2 & k+1 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k+2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $k = -3, +1$, soluzione unica **(pt.3A)**
- Interpretando x e y come coordinate in $E_2(\mathbb{R})$ si dica qual è la mutua posizione delle tre rette r, s, t rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale k.
  Risposta Se $k = -3, +1$: fascio proprio di rette; se $k = -1$: r parallela a t, incidenti entrambe s; se $k \neq -3, \pm 1$: incidenti solo a due a due **(pt.3G)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ data la retta $r : x + 2y - z + 3i = 0 = 2x + z$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente a r. Qualora non esista, si giustifichi la risposta.
Risposta $[(2, -3, -4, 0)]$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{C}_k : 2x^2 + 2kxy + (k+1)y^2 + 2y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino i valori di k per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- la retta $r : 3x + 3y + 1 = 0$ è un asse.
  Risposta $k = 1$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} : 2y^2 + 3z^2 + 2y + 4z = 0 = x$ dal punto $V_\infty = [(1, 2, 0, 0)]$.
Risposta $8x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 8xy - 4x + 2y + 4z = 0$ **(pt.3G)**
Si determini, se esiste, un piano α tale che $\alpha \cap \mathcal{L}$ sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.
Risposta $x_4 = 0$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 3^o appello - 15/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Data la sequenza $A_k = ((k-4,0,0,k-4),(1,k-5,k-2,1),(2k-4,0,k-2,k+1)) \subseteq \mathbb{R}^4(\mathbb{R})$, con $k \in \mathbb{R}$, si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$:

- A_k genera un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ di dimensione 2;
  Risposta $k = 4, 5$ **(pt.2A)**
- il vettore $v = (0,0,0,-1)$ appartiene a $\mathcal{L}(A_k)$;
  Risposta $k = 2$ **(pt.2A)**
- i sottospazi $\mathcal{L}(A_k)$ e $U = \{(\alpha, 0, \beta, 2\alpha) \in \mathbb{R}^4 \ : \ \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ sono in somma diretta.
  Risposta $k = 4$ **(pt.2A)**

Posto $k = 5$, si determini, rispetto al prodotto scalare euclideo, il complemento ortogonale di A_k.
Risposta $\mathcal{L}((1,0,0,-1),(0,1,0,0))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k-2 & 8 \\ k-9 & 2 & k-2 \end{pmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;
  Risposta $3, k-6, k+2$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali esiste un autospazio di A_k di dimensione 2.
  Risposta $k = 9$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 3. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k+3 & 2 \\ -2 & k+3 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k+6 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $k = -5, -1$, soluzione unica **(pt.3A)**
- Interpretando x e y come coordinate in $E_2(\mathbb{R})$ si dica qual è la mutua posizione delle tre rette r, s, t rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale k.
  Risposta Se $k = -5, -1$: fascio proprio di rette; se $k = -3$: r parallela a t, incidenti entrambe s; se $k \neq -5, -3, -1$: incidenti solo a due a due **(pt.3G)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ data la retta $r \ : \ x - y + 2z + 4i = 0 = 2y + z$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente a r. Qualora non esista, si giustifichi la risposta.
Risposta $[(5, 1, -2, 0)]$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{C}_k \ : \ 2x^2 + 2(k-1)xy + ky^2 + 2y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino i valori di k per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 3x + 3y + 1 = 0$ è un asse.
  Risposta $k = 2$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} \ : \ 2y^2 + 3z^2 + 2y + 4z = 0 = x$ dal punto $V_\infty = [(1, 0, 2, 0)]$.
Risposta $12x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 12xz - 8x + 2y + 4z = 0$ **(pt.3G)**
Si determini, se esiste, un piano α tale che $\alpha \cap \mathcal{L}$ sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.
Risposta $x_4 = 0$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 3^o appello - 15/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Data la sequenza $A_k = ((0, k-1, 0, k-1), (k-2, 1, k+1, 1), (0, k+4, k+1, 2k+2)) \subseteq \mathbb{R}^4(\mathbb{R})$, con $k \in \mathbb{R}$, si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$:

- A_k genera un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ di dimensione 2;
  Risposta $k = 1, 2$ **(pt.2A)**
- il vettore $v = (0, -1, 0, 0)$ appartiene a $\mathcal{L}(A_k)$;
  Risposta $k = -1$ **(pt.2A)**
- i sottospazi $\mathcal{L}(A_k)$ e $U = \{(0, 2\alpha, \beta, \alpha) \in \mathbb{R}^4 : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ sono in somma diretta.
  Risposta $k = 1$ **(pt.2A)**

Posto $k = 2$, si determini, rispetto al prodotto scalare euclideo, il complemento ortogonale di A_k.
Risposta $\mathcal{L}((0, -1, 0, 1), (1, 0, 0, 0))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k-3 & 8 \\ k-10 & 2 & k-3 \end{pmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;
  Risposta $3, k-7, k+1$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali esiste un autospazio di A_k di dimensione 2.
  Risposta $k = 10$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 3. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k-2 & 2 \\ -2 & k-2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k-4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $k = 0, 4$, soluzione unica **(pt.3A)**
- Interpretando x e y come coordinate in $E_2(\mathbb{R})$ si dica qual è la mutua posizione delle tre rette r, s, t rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale k.
  Risposta Se $k = 0, 4$: fascio proprio di rette; se $k = 2$: r parallela a t, incidenti entrambe s; se $k \neq 0, 2, 4$: incidenti solo a due a due **(pt.3G)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ data la retta $r : 2x + y - 3z - 2i = 0 = x - z$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente a r. Qualora non esista, si giustifichi la risposta.
Risposta $[(1, 1, 1, 0)]$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{C}_k : 2x^2 + 2(k+2)xy + (k+3)y^2 + 2y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino i valori di k per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- la retta $r : 3x + 3y + 1 = 0$ è un asse.
  Risposta $k = -1$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} : 2x^2 + 3z^2 + 2x + 4z = 0 = y$ dal punto $V_\infty = [(2, 1, 0, 0)]$.
Risposta $2x^2 + 8y^2 + 3z^2 - 8xy + 2x - 4y + 4z = 0$ **(pt.3G)**
Si determini, se esiste, un piano α tale che $\alpha \cap \mathcal{L}$ sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.
Risposta $x_4 = 0$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 3^o appello - 15/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Data la sequenza $A_k = ((k-3, k-3, 0, 0), (1, 1, k-4, k-3), (2k-2, k+2, 0, k-1)) \subseteq \mathbb{R}^4(\mathbb{R})$, con $k \in \mathbb{R}$, si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$:

- A_k genera un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ di dimensione 2;
  Risposta $k = 3, 4$ **(pt.2A)**
- il vettore $v = (0, -1, 0, 0)$ appartiene a $\mathcal{L}(A_k)$;
  Risposta $k = 1$ **(pt.2A)**
- i sottospazi $\mathcal{L}(A_k)$ e $U = \{(\alpha, 2\alpha, 0, \beta) \in \mathbb{R}^4 \ : \ \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ sono in somma diretta.
  Risposta $k = 3$ **(pt.2A)**

Posto $k = 4$, si determini, rispetto al prodotto scalare euclideo, il complemento ortogonale di A_k.
Risposta $\mathcal{L}((1, -1, 0, 0), (0, 0, 1, 0))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k-4 & 8 \\ k-11 & 2 & k-4 \end{pmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;
  Risposta $3, k-8, k$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali esiste un autospazio di A_k di dimensione 2.
  Risposta $k = 11$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 3. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k-1 & 2 \\ -2 & k-1 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k-2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $k = -1, 3$, soluzione unica **(pt.3A)**
- Interpretando x e y come coordinate in $E_2(\mathbb{R})$ si dica qual è la mutua posizione delle tre rette r, s, t rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale k.
  Risposta Se $k = -1, 3$: fascio proprio di rette; se $k = 1$: r parallela a t, incidenti entrambe s; se $k \neq \pm 1, 3$: incidenti solo a due a due **(pt.3G)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ data la retta $r \ : \ x - y - 2z - 4i = 0 = 2x + z$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente a r. Qualora non esista, si giustifichi la risposta.
Risposta $[(1, 5, -2, 0)]$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{C}_k \ : \ 2x^2 + 2(k-2)xy + (k-1)y^2 + 2y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino i valori di k per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 3x + 3y + 1 = 0$ è un asse.
  Risposta $k = 3$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} \ : \ 2x^2 + 3z^2 + 2x + 4z = 0 = y$ dal punto $V_\infty = [(0, 1, 2, 0)]$.
Risposta $2x^2 + 12y^2 + 3z^2 - 12yz + 2x - 8y + 4z = 0$ **(pt.3G)**
Si determini, se esiste, un piano α tale che $\alpha \cap \mathcal{L}$ sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.
Risposta $x_4 = 0$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 3^o appello - 15/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Data la sequenza $A_k = ((k-5,0,0,k-5),(1,k-3,k-6,1),(k,k-3,0,2k-6)) \subseteq \mathbb{R}^4(\mathbb{R})$, con $k \in \mathbb{R}$, si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$:

- A_k genera un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ di dimensione 2;
  Risposta $k = 5, 6$ **(pt.2A)**
- il vettore $v = (-1,0,0,0)$ appartiene a $\mathcal{L}(A_k)$;
  Risposta $k = 3$ **(pt.2A)**
- i sottospazi $\mathcal{L}(A_k)$ e $U = \{(2\alpha,\beta,0,\alpha) \in \mathbb{R}^4 \ : \ \alpha,\beta \in \mathbb{R}\}$ sono in somma diretta.
  Risposta $k = 5$ **(pt.2A)**

Posto $k = 6$, si determini, rispetto al prodotto scalare euclideo, il complemento ortogonale di A_k.
Risposta $\mathcal{L}((-1,0,0,1),(0,0,1,0))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k+1 & 8 \\ k-6 & 2 & k+1 \end{pmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;
  Risposta $3, k-3, k+5$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali esiste un autospazio di A_k di dimensione 2.
  Risposta $k = 6$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 3. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k+2 & 2 \\ -2 & k+2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k+4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $k = -4, 0$, soluzione unica **(pt.3A)**
- Interpretando x e y come coordinate in $E_2(\mathbb{R})$ si dica qual è la mutua posizione delle tre rette r, s, t rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale k.
  Risposta Se $k = -4, 0$: fascio proprio di rette; se $k = -2$: r parallela a t, incidenti entrambe s; se $k \neq -4, -2, 0$: incidenti solo a due a due **(pt.3G)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ data la retta $r \ : \ x - 2y - z - 3i = 0 = x + 2z$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente a r. Qualora non esista, si giustifichi la risposta.
Risposta $[(-4,-3,2,0)]$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{C}_k \ : \ 2x^2 + 2(k-3)xy + (k-2)y^2 + 2y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino i valori di k per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 3x + 3y + 1 = 0$ è un asse.
  Risposta $k = 4$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} \ : \ 3x^2 + 2y^2 + 4x + 2y = 0 = z$ dal punto $V_\infty = [(0,2,1,0)]$.
Risposta $3x^2 + 2y^2 + 8z^2 - 8yz + 4x + 2y - 4z = 0$ **(pt.3G)**
Si determini, se esiste, un piano α tale che $\alpha \cap \mathcal{L}$ sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.
Risposta $x_4 = 0$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 3^o appello - 15/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Data la sequenza $A_k = ((0,k,k,0),(k-1,1,1,k+2),(0,2k+4,k+5,k+2)) \subseteq \mathbb{R}^4(\mathbb{R})$, con $k \in \mathbb{R}$, si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$:

- A_k genera un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ di dimensione 2;
  Risposta $k = 0,1$ **(pt.2A)**
- il vettore $v = (0,0,-1,0)$ appartiene a $\mathcal{L}(A_k)$;
  Risposta $k = -2$ **(pt.2A)**
- i sottospazi $\mathcal{L}(A_k)$ e $U = \{(0,\alpha,2\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^4 \ : \ \alpha,\beta \in \mathbb{R}\}$ sono in somma diretta.
  Risposta $k = 0$ **(pt.2A)**

Posto $k = 1$, si determini, rispetto al prodotto scalare euclideo, il complemento ortogonale di A_k.
Risposta $\mathcal{L}((0,1,-1,0),(1,0,0,0))$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 2. In $M_3(\mathbb{R})$ sia $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k & 8 \\ k-7 & 2 & k \end{pmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;
  Risposta $3, k-4, k+4$ **(pt.1A)**
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali esiste un autospazio di A_k di dimensione 2.
  Risposta $k = 7$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 3. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k-3 & 2 \\ -2 & k-3 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k-6 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.
  Risposta Compatibile per $k = 1,5$, soluzione unica **(pt.3A)**
- Interpretando x e y come coordinate in $E_2(\mathbb{R})$ si dica qual è la mutua posizione delle tre rette r,s,t rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale k.
  Risposta Se $k = 1,5$: fascio proprio di rette; se $k = 3$: r parallela a t, incidenti entrambe s; se $k \neq 1,3,5$: incidenti solo a due a due **(pt.3G)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ data la retta $r \ : \ x+2y-z+4i = 0 = y+2z$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente a r. Qualora non esista, si giustifichi la risposta.
Risposta $[(5,-2,1,0)]$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{C}_k \ : \ 2x^2 + 2(k+3)xy + (k+4)y^2 + 2y = 0$, con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino i valori di k per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ è riducibile;
  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.1G)**
- la retta $r \ : \ 3x+3y+1 = 0$ è un asse.
  Risposta $k = -2$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} \ : \ 3x^2 + 2y^2 + 4x + 2y = 0 = z$ dal punto $V_\infty = [(2,0,1,0)]$.
Risposta $3x^2 + 2y^2 + 12z^2 - 12xz + 4x + 2y - 8z = 0$ **(pt.3G)**
Si determini, se esiste, un piano α tale che $\alpha \cap \mathcal{L}$ sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.
Risposta $x_4 = 0$ **(pt.2G)**